

## Classe 3 B

*Gli studenti con sospensione di giudizio in matematica devono ripassare tutto il programma, riguardare gli esercizi svolti in classe e risolvere tutti gli esercizi indicati.*

*Gli studenti che hanno avuto la valutazione finale di SEI DECIMI, ma con lettera di invito al ripasso, possono non risolvere gli esercizi di numero multipli di 3.*

*Gli studenti che hanno avuto la valutazione finale di SEI DECIMI, devono risolvere gli esercizi di numero dispari.*

*Gli studenti che hanno avuto la valutazione finale di SETTE DECIMI, devono risolvere gli esercizi di numero multiplo di 4.*

*Gli studenti che hanno avuto la valutazione finale maggiore o uguale a OTTO DECIMI, devono risolvere gli esercizi di numero multiplo di 10.*

1) Si considerino i punti A(2;-2) e C(-8;3). Determinare il punto B appartenente al segmento AC tale che si abbia  $AB/BC=3/2$ .

2) Nel fascio improprio individuato dalla retta  $3x+2y+1=0$ , scrivere l'equazione della retta passante per il punto (1;-5).

3) Determinare il punto simmetrico di P(-5;13) rispetto alla retta  $2x-3y-3=0$ .

4) Siano A e B i punti di intersezione della retta avente per equazione  $4x+3y-12=0$  con gli assi di riferimento: si determinino i punti C della retta di equazione  $x-y+5=0$  tali che il triangolo ABC abbia area 20.

5) Determinare le coordinate dei vertici di un triangolo sapendo che due lati appartengono alle rette di equazioni  $x-3y+3=0$ ,  $2x-y+1=0$  e che il suo ortocentro ha coordinate (5,6).

6) Determinare l'area della figura individuata dal sistema seguente. 
$$\begin{cases} y \leq 2 \\ y \geq -\frac{1}{3}x + 2 \\ y \leq 4 - x \end{cases}$$

7) Rappresenta le seguenti funzioni e indicane dominio e codominio:

$$y = |2x| - |x+1| \qquad y = \frac{|x^2 - x - 2|}{x+1}$$

8) Data la retta di equazione  $2x+y=2$ , determinare l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento staccato su di essa dagli assi cartesiani. Determinare poi le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza in tali punti.

9) Nel fascio di rette di centro P(1;2) determinare l'equazione della retta che forma con il semiasse positivo delle x un angolo di  $120^\circ$ .

10) Scrivere le equazioni delle rette di coefficiente angolare  $\frac{3}{4}$  e che formano con gli assi un triangolo di area 24.

11) Scrivere l'equazione della circonferenza che ha il centro sull'asse x e passa per i punti A(0;2) e  $B\left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$ . Calcolare l'ascissa del punto D di intersezione della circonferenza con il semiasse positivo delle ascisse e, dopo aver trovato le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza in A e in D, determinare le coordinate del loro punto di intersezione P e l'area del quadrilatero APDC.

12) E' data una retta  $r$  di equazione:  $2y+4=x$ . Detti  $A$  il punto di  $r$  avente ordinata  $-2$  e  $P$  il punto di coordinate  $(8,2)$ , determinare su  $r$  un punto  $B$  esterno al segmento  $AP$  tale che sia  $AP=4PB$ . Considerando poi  $A$  e  $B$  come vertici opposti di un rombo, determinare gli altri due vertici, sapendo che uno di essi appartiene all'asse delle  $y$ .

13) Nel fascio di rette di centro  $P(-2;1)$ , determina l'equazione della retta  $r$  parallela a quella individuata dai punti  $A(4;1)$ ,  $B(2;-3)$ .

14) Rappresentare le seguenti funzioni:  $y = |2|x| - 3|$   $y = |2x - 1| - |x + 1|$

15) E' data una retta  $r$  di equazione:  $2y+4=x$ . Detti  $A$  il punto di  $r$  avente ordinata  $-2$  e  $P$  il punto di coordinate  $(8,2)$ , determinare su  $r$  un punto  $B$  esterno al segmento  $AP$  tale che sia  $AP=4PB$ . Considerando poi  $A$  e  $B$  come vertici opposti di un rombo, determinare gli altri due vertici, sapendo che uno di essi appartiene all'asse delle  $y$ .

16) Risolvere graficamente la disequazione seguente:

$$|x + 2| - |x + 1| \geq \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$$

17) Scrivere l'equazione della circonferenza che passa per  $A(0;6)$  e  $B(4;0)$  e ha il centro sulla retta  $x+1=y$ . Determinare l'equazione della retta tangente alla circonferenza nel punto  $B$ .

18) Dati i punti  $A(1; -2)$  e  $B(3;4)$  determinare:

- l'equazione della retta  $r$  parallela ad  $AB$  passante per  $C(-1,0)$
- la distanza  $d$  tra la retta  $r$  e  $AB$
- i punti dell'asse  $x$  dai quali si vede il segmento  $AB$  sotto un angolo retto.
- Detti  $C$  e  $D$  tali punti, trovare l'area del quadrilatero  $ADBC$

19) Date le equazioni:  $(k+3)x-5ky+1=0$ ;  $(2h-1)x+(2-4h)y+2h-3=0$ , dire se rappresentano fasci di rette propri o impropri e, se possibile, determinarne il centro. Considerare poi la prima equazione e determinare:

- La retta passante per l'origine
- La retta perpendicolare alla retta  $y-3x=0$
- La retta che forma con il semiasse positivo delle  $x$  un angolo minore di  $135^\circ$

20) Il centro del fascio di rette:  $(2x-3y+20)+k(3x+5y-27)=0$  è il vertice di un quadrato, una cui diagonale sta sulla retta  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ . Scrivere l'equazione dell'altra diagonale e degli altri vertici del quadrato.

21) Determinare l'equazione della circonferenza avente centro sull'asse  $x$  e tangente alle rette  $x + 2y = 0$  e  $x - 2y - 16 = 0$

22) Data la retta  $r: x - 3y + 6 = 0$ , determinare: le rette  $m$  e  $n$  perpendicolari a  $r$  e che formano ciascuna con gli assi cartesiani un triangolo di area  $6$ . Determinare inoltre la retta  $s$  parallela a  $r$  e passante per  $A(0;6)$ . Le rette  $r$ ,  $m$ ,  $n$  ed  $s$  intersecandosi formano un quadrilatero di cui si chiede l'area.

23) Nell'insieme di rette di equazione  $(k-1)x+2ky+k-1=0$ , determina il valore del parametro  $k$  che individua:

- una retta parallela all'asse  $x$
- una retta cui appartiene il punto  $(-1;0)$
- una retta che interseca l'asse  $y$  nel punto di ordinata  $\frac{1}{4}$ .

24) Risolvere graficamente la disequazione:  $|x + 2| - |x| \geq 2 - |2 - 2x|$

25) I punti A(0;2), B(6;6), C(-3;6) sono vertici di un triangolo.  
 Scrivi l'equazione della retta che contiene la mediana relativa al lato AB.  
 Scrivi l'equazione della retta che contiene l'altezza relativa al lato AB  
 Determina la misura dell'altezza relativa al lato AB

26) Scrivere l'equazione della circonferenza che è tangente nel punto A(0;2) alla retta  $3x+8=4y$  e ha il centro sulla retta di equazione  $y+2x=3$ . Tra le rette parallele alla bisettrice del secondo e quarto quadrante trovare quelle che, intersecando la circonferenza, determinano una corda lunga  $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ .

27) Determinare le equazioni delle due circonferenze aventi raggio 3 e tangenti alla retta  $y+3=0$  nel suo punto di ascissa 3. Individuare poi le circonferenze simmetriche ad esse rispetto all'asse y e rappresentare graficamente le quattro circonferenze. Calcolare infine l'area del quadrato inscritto nella parte di piano individuata dalle quattro circonferenze.

28) Determina l'equazione della circonferenza avente come diametro la corda comune alle circonferenze di equazioni:  $x^2 + y^2 - 12x + 4y + 6 = 0$  e  $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 10 = 0$  e determina i punti della circonferenza trovata che distano  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  dalla bisettrice del 2° e 4° quadrante.

29) Risolvere graficamente la disequazione irrazionale seguente:  $\sqrt{\frac{1}{4} - (x-1)^2} < 3x - \frac{3}{2}$

30) Determinare l'area della figura individuata dal sistema seguente: 
$$\begin{cases} x \leq 1 \\ y \geq 1 - x \\ y \leq \frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$

31) Nel fascio di rette di equazione  $(3+k)x - (2+3k)y - 3 + 6k = 0$  determinare:

- la retta che forma con gli assi cartesiani un triangolo di area 18
- le rette che intersecano il segmento AB con A(0;4), B(4;4)
- le rette che intersecano il segmento CB con C(0;2)

32) Determinare l'equazione della circonferenza tangente alla retta  $y=7x-4$  nel punto (1;3) ed avente centro appartenente alla retta  $y=x-2$ . Determinare poi le coordinate dei vertici del rettangolo inscritto nella circonferenza ed avente un lato sulla retta  $y=-3x+6$

33) Una circonferenza è tangente all'asse y e il suo raggio misura 2; scrivere l'equazione della circonferenza sapendo che stacca sulla bisettrice del primo quadrante una corda di misura  $2\sqrt{2}$ .

34) Tra le rette del fascio di equazione:  $kx+(k+1)y+2=0$  determinare:

- le rette che intersecano l'asse y in punti di ordinata positiva
- la retta r parallela alla retta  $4y=3$
- la retta s perpendicolare alla retta  $3x+1=4y$
- le bisettrici degli angoli formati da r ed s

35) Determinare l'area della figura individuata dal sistema seguente. 
$$\begin{cases} y \leq 2 \\ y \geq -\frac{1}{3}x + 2 \\ y \leq 4 - x \end{cases}$$

36) Risolvere graficamente la disequazione irrazionale seguente:  $\frac{1}{4}\sqrt{1-16x^2} \geq -\frac{1}{2}x$

37) E' dato il triangolo ABC rettangolo in C, con  $AB=4\sqrt{10}$  e appartenente alla retta  $y+14=3x$  e con CB appartenente alla retta  $5y=x+14$ . Determina l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo sapendo che A ha ordinata negativa.

38) Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y, con il vertice sull'asse x e tangente in A(0;6) alla retta di equazione  $y=-4x+6$ . Determinare il punto B della parabola ( $x_B > x_V$ ) in modo che, detta H la sua proiezione sull'asse x, il quadrilatero ABHV abbia area  $38/3$ .

39) Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per A(-4;0) e avente vertice V(-2;2). Determinare l'equazione della retta parallela all'asse x sulla quale la parabola stacca una corda di lunghezza 2. Infine determinare l'equazione della circonferenza di centro C(0;2) e tangente alla retta AV.

40) Indicare le caratteristiche del fascio di circonferenze di equazione:

$$x^2 + y^2 - (k+2)x + (k-2)y + 2 = 0,$$

e determinare quelle che verificano una delle seguenti condizioni:

- sia tangente all'asse x
- racchiuda un'area di  $8\pi$
- ha il centro appartenente alla retta  $y+5=2x$

41) Risolvere graficamente le seguenti disequazioni:

a)  $\frac{1}{4}\sqrt{1-16x^2} \geq -\frac{1}{2}x$     b)  $|x^2 - 3x + 3| < 3x + 1$     c)  $\sqrt{12x - x^2 - 11} > 1 + \sqrt{x-6}$

42) Dati due punti A(-6;2) e C(-5;5), determinare il punto B contenuto nel 2° quadrante e appartenente alla retta di equazione  $x-y+6=0$ , tale che sia uguale a 6 l'area del triangolo ABC. Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse x avente per vertice V il baricentro del triangolo ABC e passante per D(0;2). Detto poi E il punto in cui la parabola interseca l'asse x, determinare sull'arco DE di parabola un punto P tale che sia uguale a 6 l'area del triangolo POV, essendo O l'origine degli assi.

43) Determinare il luogo dei vertici delle parabole del fascio equazione:  $y = x^2 - 2(k+1)x + 3k + 1$ .

Disegnare tale luogo ed indicare con A e B i suoi punti di intersezione con una retta generica passante per l'origine degli assi. Determinare il luogo descritto dal punto medio del segmento AB al variare della retta.

44) Risolvere graficamente la disequazione seguente:  $3 - |x^2 - 4| \geq \sqrt{1 - |x|}$

45) Data l'equazione:  $kx^2 + (4-k)y^2 + (2-5k)x + (6k-8)y = 0$

- determinare k in modo che essa rappresenti una circonferenza, di cui si chiede il centro e la retta tangente nell'origine degli assi
- determinare k in modo che essa rappresenti una parabola P con asse parallelo all'asse delle ascisse. Determinare poi l'area del quadrato con i lati paralleli agli assi cartesiani e inscritto nel segmento parabolico che la parabola forma con l'asse y

46) In un piano cartesiano ortogonale determinare:

- l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y, passante per A(-4;0) e avente vertice V(-2;2)
- l'equazione della retta parallela all'asse x sulla quale la parabola stacca una corda di lunghezza uguale a 2
- l'equazione della circonferenza di centro C(0;2) e tangente alla retta AV.

47) In un piano cartesiano ortogonale:

- determinare l'equazione della parabola avente per direttrice l'asse x e vertice  $V(0; \frac{1}{2})$
- dette A e B le intersezioni della retta  $y=mx$  con la parabola e C e D le proiezioni ortogonali rispettivamente di A e B sull'asse x, determinare m in modo che il trapezio ABCD sia equivalente al quadrato di lato CD

- c) determinare l'equazione della retta tangente alla parabola e parallela alla retta  $y=2x-8$ , indicando con P il punto di contatto  
 d) calcolare l'area del triangolo OVP

48) Risolvere graficamente le seguenti disequazioni:

a)  $\sqrt{x-1} + 2 > \sqrt{x}$                       b)  $|x^2 - 3x + 3| < 3x + 1$

49) Data l'equazione:  $kx^2 + (4-k)y^2 + (2-5k)x + (6k-8)y = 0$

- a) determinare k in modo che essa rappresenti una circonferenza di cui si chiede il centro e l'equazione della retta tangente nell'origine degli assi  
 b) determinare k in modo che essa rappresenti una parabola con asse parallelo all'asse x

50) In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali XOY è data la famiglia di curve di

equazione:  $\frac{x^2}{5-k} + \frac{y^2}{k-1} = 1$

- a) determinare le condizioni alle quali deve verificare k affinché tali curve siano ellissi con i fuochi appartenenti all'asse X  
 b) fra tali ellissi determinare quella per la quale l'area del rettangolo circoscritto all'ellisse ed avente lati paralleli agli assi di riferimento sia  $4\sqrt{3}$

51) In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali XOY sono dati i punti A(-3;1) e B(0;2). Scrivere l'equazione della parabola con asse di simmetria coincidente con l'asse X, passante per i punti A e B. Individuare inoltre il quadrato avente un lato sull'asse Y e due vertici di ascissa negativa appartenenti alla parabola

52) Risolvere graficamente le disequazioni seguenti:

a)  $\sqrt{4+7x^2} \geq 7x+1$     b)  $\sqrt{|x|+1} < |x^2-x+1|$

53) Scrivere l'equazione della parabola avente il vertice nel punto V(4;-5) e il fuoco F(4;  $-\frac{59}{4}$ ). Scrivere inoltre l'equazione della sua direttrice.

54) Rappresenta in un riferimento cartesiano le due parabole di equazioni  $y = x^2 - 3x + 2$  e  $y = -x^2 + x + 2$  determina l'equazione di una retta parallela all'asse x in modo che il segmento intercettato dalla prima parabola sulla retta sia doppio rispetto a quello individuato dalla seconda parabola sulla stessa retta.

55) Trova l'equazione della circonferenza che passa per il vertice V e per il fuoco F della parabola  $8y - x^2 = 0$  e che ha centro appartenente alla retta di equazione:  $x-y+2=0$ . Traccia le due coniche e determina l'equazione della retta tangente alla circonferenza nel punto V.

56) Tracciare i grafici delle seguenti curve:

a)  $y = 4x^2 + 3|x| - 1$     b)  $x = -2\sqrt{1-y^2}$     c)  $x|x| + y|y-2| = 0$

57) Risolvere:

1)  $\sqrt{-x^2+2x+1} \leq |1-x|$                       2)  $x|x| > 2 - \sqrt{|x|}$                       3)  $\sqrt{|x|+1} < |x^2-x+1|$   
 4)  $\sqrt{-x^2+2x+1} \leq |1-x|$                       5)  $1 - \sqrt{1-x^2} > \sqrt{-x^2+2|x|}$   
 6)  $|x-3| = \sqrt{|x|+3-x^2}$                       7)  $4-x^2 > 5\sqrt{1-x^2}$

58) Rappresentare graficamente:

$$1) y = 1 - \sqrt{-x^2 + 2|x-2|} \quad 2) y = \sqrt{4 - \frac{1}{4}x^2} \quad 3) y = -\sqrt{|x|+1}$$

59) Calcolare le coordinate di un punto P appartenente all'asse delle ascisse equidistante da Q(1,-3) e da T(-4,2).

60) Calcolare le coordinate di un punto P equidistante dai punti A(1,-1), B(5,-1), C(2,  $\sqrt{3}$ -1).

61) Sia M(4, 4) il punto medio del segmento AB, determinare le coordinate di B sapendo che A(-1,2).

62) Dopo aver verificato che il triangolo di vertici A(1, 2), B(3, 1), C(2, 4) è isoscele, determinarne: perimetro, area, coordinate del baricentro G e del circocentro K.

63) Nel triangolo ABC i due vertici A e B sono situati sulla parallela all'asse x di ordinata 4 mentre il terzo vertice è C (-4, -2). Sapendo che l'ascissa di A vale -1 e che l'area del triangolo è 15, determinare le coordinate di B.

64) Di un triangolo sono noti A(2, 3), B(- $\frac{1}{2}$ , 1) e il baricentro G( $\frac{3}{2}$ ;  $\frac{5}{6}$ ). Calcolare le coordinate del vertice C.

65) Date le funzioni:  $f(x)=3x+2$  e  $g(x)=\frac{1}{2}x$  entrambe definite in R determinare:

- L'espressione della funzione g o f
- L'espressione della funzione f o g
- Il valore di  $g(f(4))$
- Il valore di  $f(g(4))$
- Le soluzioni dell'equazione  $g(f(x))+f(g(x))=12$

66) Determinare il dominio delle funzioni: a)  $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 3}$  b)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{2x - 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$

67) Date le funzioni:  $f(x) = \frac{2}{x-2}$  e  $g(x) = 4 - x^2$ :

- Determinare il campo di esistenza e il codominio di ciascuna f
- Trovare quale delle due è invertibile e scrivere l'espressione della funzione inversa
- Verificare che  $g \circ f \neq f \circ g$
- Risolvere la disequazione  $f(2|x|) \cdot g(2-x) \leq 0$
- Determinare  $f \circ g(1)$  e la controimmagine di 1 mediante f o g.

68) Sono date le funzioni  $f(x) = 1-x$  e  $g(x) = 2x+3$

- Dimostrare che f(x) è decrescente e g(x) è crescente
- determinare le funzioni inverse  $f^{-1}$  e  $g^{-1}$
- determinare f o g, g o f,  $(f \circ g)^{-1}$  e verifica se  $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
- risolvere  $f(\sqrt{x+2}) > -2$
- risolvere  $\frac{f(|x|) + f(3x)}{2g(-x)} < 0$

69) Risolvere le seguenti disequazioni:

1. $\sqrt{x^2 - 4} > x + 3$	2. $\sqrt{9x^2 - 6x - 8} < 3x + 5$
3. $\sqrt{x^2 - 8x + 15} -  x + 4  \leq 0$	4. $\frac{\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{1+x} - 3}{3 x  - \sqrt[8]{(1-3x)^8}} < 0$
5. $\frac{\sqrt{2+x-x^2} + 4-x}{1+\sqrt{1-2x}} > 0$	6. $\sqrt{4 - \frac{(x+1)^2}{x^2}} \geq 2 - \frac{x+1}{x}$
7. $5\sqrt{x-3} - \sqrt{4x-19} \geq \sqrt{9x-14}$	8. $\frac{2 -  1 -  x^2 - 1  }{2x - 1 - 2\sqrt{x^2 - 2x}} \geq 0$

70) Calcola la distanza del punto P(0;6) dalla retta passante per i punti A(2; 3) e B(1/2;1)

71) Determinare le equazioni delle bisettrici degli angoli formati dalle rette  $x-2y-2=0$  e  $2x+4y-1=0$

72) Determinare l'equazione dell'asse del segmento di estremi A(1; -3) e B(7; 5)

73) Determinare l'area del triangolo di vertici A(-1; -1), B(2; -3), C(-3; 3), le coordinate del baricentro G, l'equazione della retta AB e la misura dell'altezza relativa al lato AB.

74) Determinare i valori di a e di b affinché M(2a-1; 3b+5) sia punto medio del segmento di estremi A(1; 1) e B(5; 3).

75) Determinare le equazioni delle rette r e s passanti per P(-2; 3) e rispettivamente parallela e perpendicolare alla retta passante per i punti A(-2; 5/2) e B(1; 4).

76) Determinare le equazioni delle rette passanti per A(2; -2) che determinano con gli assi cartesiani un triangolo di area 3.

77) Determina sulla retta di equazione  $3x+y=0$  il punto equidistante da A(2; -1) e B(4; 3)

78) Di un triangolo ABC sono note le coordinate dei vertici A(2; 4), B(0; -4) e quelle dell'ortocentro D(-1;-2). Determinare le coordinate del vertice C.

79) Dimostra che la distanza tra due punti A(x<sub>1</sub>;y<sub>1</sub>) e B(x<sub>2</sub>;y<sub>2</sub>) appartenenti ad una retta  $y=mx+q$  è indipendente da q

80) In un sistema di coordinate cartesiane ortogonali di un triangolo ABC si conoscono: l'equazione  $y=2$  del lato AB, l'equazione  $4x-3y-6=0$  del lato AC, l'ascissa 0 del vertice C e l'ascissa -2 del vertice B.

- verificare che il triangolo è isoscele e determinarne perimetro, area, baricentro e ortocentro; determinare le coordinate del punto D che con A, B, C forma un parallelogramma con diagonale AC;
- determinare il punto P del lato AB che con A e C forma un triangolo isoscele di base AC
- determinare l'incentro del triangolo ABC.

81) Dopo aver verificato che l'equazione  $(3k+1)x - (2-k)y + 5 - 13k = 0$  ( $k \in \mathbb{R}$ ) rappresenta un fascio proprio di rette, determinare:

- le generatrici, il centro C e la retta "esclusa";
- la retta del fascio parallela alla retta  $2x - y + 5 = 0$ ;
- la retta del fascio perpendicolare alla retta  $2x - 6y + 7 = 0$ ;
- la retta del fascio passante per il punto comune alle rette di eq. :  $x - y + 3 = 0$ ,  $2x - y - 1 = 0$ ;
- i valori di k per i quali le rette corrispondenti intersecano il segmento di estremi A(-2;4) e B(4;5)
- le rette del fascio che formano un angolo ottuso con la direzione positiva dell'asse x
- la retta che dista  $2\sqrt{2}$  dal punto P(2; 1);
- la retta che stacca sull'asse x un segmento di misura 3
- le rette del fascio che formano con gli assi triangoli di area  $49/2$ .

82) a) Sono date le rette r:  $x - 2y + 10 = 0$ , s:  $2x + y = 0$ , t:  $x + 2y + 6 = 0$  lati del triangolo ABC. Determinare le coordinate dei vertici di detto triangolo, verificando che si ha A(-2; 4), B(-8; 1) e C(2; -4).

- Dopo aver verificato che il triangolo è rettangolo in A, calcolarne perimetro e area.
- Determinare le coordinate del baricentro G, del circocentro K e dell'ortocentro del triangolo ABC
- Scritta l'equazione dell'altezza relativa all'ipotenusa si determinino su di essa i punti P tali che l'area del triangolo APC risulti uguale a 10.
- Scrivere le equazioni delle bisettrici degli angoli BAC e ACB del triangolo.
- Determinare le coordinate dell'incentro I del triangolo ABC verificando che I(-3; 1).
- Calcolare la distanza di I dal lato BC del triangolo e verificare che tale distanza è il raggio della circonferenza inscritta.
- Tra tutte le rette passanti per A determinare quella che dista 2 dall'origine e trovare l'area del triangolo che essa intercetta sugli assi.

83) I punti A(0,2) e C(8, 6) sono gli estremi di una diagonale di un rombo avente il perimetro uguale a 20. Calcolare le coordinate dei vertici B e D e l'area del rombo.

84) Dimostrare che l'area del triangolo formato dalla retta di equazione  $ax + by + c = 0$  (con  $a \neq 0$  e  $b \neq 0$ ) con gli assi cartesiani vale sempre  $S = \frac{c^2}{2|ab|}$

85) Dopo aver verificato che l'equazione

$$kx - (3k-4)y + 4k - 6 = 0 \quad (k \in \mathbb{R})$$

rappresenta un fascio proprio di rette, determinare:

- le generatrici, il centro C e la retta "esclusa";
- le rette del fascio parallele agli assi;
- la retta  $r_1$  passante per P(-2; 3);
- le rette del fascio che formano con gli assi un triangolo di area 2;
- le rette del fascio che staccano sull'asse x un segmento di lunghezza  $\frac{4}{3}$
- le rette del fascio che formano un angolo acuto con la direzione positiva dell'asse x
- la retta  $r_2$  perpendicolare alla retta s di equazione  $7x - y + 7 = 0$
- le bisettrici degli angoli formati da  $r_2$  e da s;
- i valori di k per i quali le rette corrispondenti intersecano il segmento OP, essendo O l'origine degli assi;
- le rette del fascio che hanno distanza minore di  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  dall'origine O degli assi.

86) Utilizzando la definizione trovare l'equazione della parabola di fuoco F(1; 2) e direttrice  $y = 3$

87) Scrivere l'equazione della parabola di vertice V(2/3 ; 1/3) e passante per (2, 3)

88) Determinare l'equazione della parabola passante per A(1; -1), B(3; 3) e C(-1, 3)

- 89) Dal punto  $P(-\frac{3}{2}, -1)$  condurre le tangenti alla parabola  $y = x^2 + 2x + 2$  e determinare le ascisse dei punti di tangenza.
- 90) Data la parabola  $y = 2x^2 - 3$  calcola l'equazione della retta ad essa tangente e parallela alla retta passante per i punti  $A(0,1)$  e  $B(1,5)$ .
- 91) Scrivere l'equazione della tangente alla parabola  $y = 3x^2 - 12x + 10$  nel suo punto di ascissa 1.
- 92) Scrivere l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse  $y$ , passante per  $A(-1, 10)$ ,  $B(1,2)$  ed ivi tangente alla retta  $2x + y - 4 = 0$
- 93) Scrivere l'equazione della parabola di vertice  $V(3, -1)$  e passante per il punto  $P(4, 0)$
- 94) Scrivere l'equazione della parabola di fuoco  $F(2, \frac{7}{4})$  e direttrice  $y = \frac{9}{4}$
- 95) Determinare le equazioni delle parabole passanti per  $A(-3; 2)$ ,  $B(0; -1)$  e tangenti alla retta di equazione  $2x - y + 8 = 0$
- 96) Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse  $y$  che interseca l'asse  $x$  nei punti di ascissa  $+1$  e  $-3$  e che passa per il punto  $P(-2, 3)$ . Inscrivere poi nel segmento parabolico limitato dalla parabola e dall'asse  $x$  un rettangolo di area  $4\sqrt{2}$ .
- 97) a) Nel fascio di parabole con asse parallelo all'asse  $y$  tangenti in  $O$  alla retta  $t$  di equazione  $y = -2x$  si determini la parabola  $p_1$  che passa per il punto  $P(-2; -4)$ .  
 b) Nel fascio di parabole con asse parallelo all'asse  $y$  passanti per i punti  $A(-1; 0)$  e  $B(2; -3)$  si determini la parabola  $p_2$  che ha asse  $x = 1$ .  
 c) Dopo aver determinato le coordinate dei punti di intersezione delle due parabole  $p_1$  e  $p_2$ , determinare l'area della parte di piano delimitata dalle due parabole.  
 d) Determinare la parallela all'asse  $x$  sulla quale le due parabole staccano corde uguali.
- 98) a) Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse  $y$  di vertice  $V(2; 4)$  e passante per  $P(1; 3)$ ; determinare le intersezioni della parabola con gli assi ( $y = -x^2 + 4x$ ).  
 b) Determinare l'equazione della tangente alla parabola in  $P$ .  
 c) Determinare le equazioni delle tangenti condotte dal punto  $C(\frac{3}{2}; 6)$  e le coordinate dei punti di contatto.  
 d) Determinare l'area del triangolo mistilineo individuato dalle due tangenti e dall'arco di parabola delimitato dai punti di tangenza  
 e) Determinare l'equazione della parallela alla bisettrice del  $1^\circ$  e  $3^\circ$  quadrante sulla quale la parabola stacca una corda lunga  $\sqrt{22}$ .  
 f) Inscrivere nel segmento parabolico delimitato dalla parabola e dall'asse  $x$  un rettangolo di area 6.  
 g) Determinare per quali valori di  $m$  (coeff. angolare) le rette del fascio di centro  $(0, 4)$  incontrano la parabola.
- 99) Dato il fascio di parabole di equazione:  $y = kx^2 + (k - 1)x - 2k - 1$  risolvere i seguenti quesiti:  
 a) studiare il fascio determinandone generatrici, punti base e parabola degenera  
 b) determinare il luogo dei vertici  
 c) determinare la parabola del fascio rivolta verso l'alto con il vertice sulla retta  $y = -x + 1$   
 d) determinare la parabola del fascio che passa per l'origine degli assi  
 e) determinare le parabole del fascio che hanno distanza fuoco-direttrice uguale a 1  
 f) determinare la parabola del fascio che ha l'asse coincidente con l'asse delle ordinate  
 g) determinare la parabola del fascio tangente nel punto di ascissa  $x = 0$  alla retta  $2x + y - 1 = 0$ , verificare che ha per asse la retta  $x = -1$  e disegnarla

h) inscrivere nel segmento parabolico individuato dalla parabola determinata al punto g) e dall'asse x un rettangolo di perimetro 6

i) determinare la parabola del fascio tangente alla retta di equazione  $7x+y+13=0$

j) determinare la parabola del fascio che stacca sulla retta  $2x - y + 2 = 0$  una corda di lunghezza  $3\sqrt{5}$

100) a) Scrivere l'equazione del fascio di parabole passanti per i punti  $O(0,0)$  e  $A(6, 6)$ , determinare la parabola  $p_1$  tangente in  $O$  alla retta di coefficiente angolare  $-2$  e disegnarla.

b) Nel fascio di parabole con asse parallelo all'asse  $y$  di vertice  $V(2; -4)$  determinare l'equazione della parabola  $p_2$  passante per  $P(3; -3)$ ; e disegnarla.

c) Calcolare l'area della parte di piano racchiusa dalle due curve.

101) a) Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse  $y$  e avente vertice  $V(4,4)$  passante per  $Q(1, -5)$

b) determina le intersezioni della parabola con gli assi e disegnalala  $[y = -x^2 + 8x - 12]$

c) dopo aver determinato le coordinate dei punti  $A$  e  $B$  di intersezione con la retta di equazione  $y = 3$  scrivi le equazioni delle tangenti alla parabola nei punti  $A$  e  $B$  e calcola le coordinate del loro punto di intersezione  $C$

d) determina l'area del triangolo mistilineo individuato dalle due tangenti e dall'arco di parabola  $AVB$

e) determina sugli archi di parabola del 4° quadrante i punti  $P$  per i quali si ha  $PH + PK = 6$  essendo  $H$  e  $K$  le proiezioni di  $P$  sugli assi cartesiani

f) determina l'equazione della parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante sulla quale la parabola stacca una corda lunga  $\sqrt{78}$ .

102) a) Determinare l'equazione della parabola  $\gamma_1$  avente per direttrice la retta  $y = \frac{17}{4}$  e fuoco  $(2; \frac{15}{4})$ .

b) Determinare l'equazione della parabola  $\gamma_2$  con asse parallelo all'asse  $y$  che passa per  $P(1, -5)$  ed è tangente in  $O$  alla retta di equazione  $y = -6x$ , rappresenta graficamente le due parabole

c) Verifica algebricamente che il punto  $A$  di intersezione tra le due parabole di ascissa non nulla ha ordinata  $-5$

d) determina l'area della regione finita di piano delimitata dalle due curve

e) inscrivere nel segmento parabolico determinato da  $\gamma_2$  e dall'asse  $x$  un rettangolo di area 16

f) inscrivere un quadrato nel segmento parabolico determinato da  $\gamma_1$  e dall'asse  $x$

$$[\gamma_1 : y = -x^2 + 4x \quad \text{e} \quad \gamma_2 : y = x^2 - 6x$$

]

103) Risolvere i seguenti quesiti

a) Dimostra che la tangente in un punto  $P$  di una parabola  $y = ax^2$  divide in due parti, una tripla dell'altra, il rettangolo che ha per vertici il vertice della parabola, il punto  $P$  e le sue proiezioni sull'asse di simmetria e sulla tangente nel vertice.

b) Dimostra che le tangenti alla parabola di equazione  $y = ax^2$  uscenti da un punto qualsiasi della direttrice sono tra loro perpendicolari

104) Trovare l'equazione della circonferenza che ha come diametro il segmento  $AB$  di estremi  $A(-3; 1)$  e  $B(5; 3)$  e l'equazione della tangente alla circonferenza stessa in  $A$ .

105) Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti:  $A(-3, 2)$ ,  $B(-3, -2)$ ,  $C(-1, 0)$ .

106) Scrivere l'equazione delle circonferenze passanti per i punti  $A(-3, 4)$ ,  $B(-1, 4)$  e tangenti alla retta  $x + y + 1 = 0$ .

107) Scrivere le equazioni delle tangenti alla circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - \frac{15}{2} = 0$  condotte dal punto  $P(0; -2)$ .

108) Scrivere le eq. delle rette tangenti alla circonferenza di equazione  $x^2+y^2-3x+2y-1=0$  e parallele alla retta  $x-4y+7=0$ .

109) Scrivere l'equazione della circonferenza tangente alla retta  $t$  di equazione  $3x-2y=0$  nell'origine e avente il centro sulla retta  $r$  di equazione  $4x+5y-2=0$ .

110) Determinare per quali valori di  $k$  la retta  $x+2y+k=0$  stacca una corda di lunghezza  $\frac{12}{5}\sqrt{5}$  sulla circonferenza di equazione  $x^2+y^2-4x-4y=0$ .

111) Tracciare le curve di equazione: a)  $x^2+y^2+4|x|-1=0$       b)  $y=\sqrt{2|x|-x^2}$

112) a) Scrivere l'equazione della circonferenza  $\gamma$  passante per  $A(-2,-2)$ ,  $B(1,-1)$  e tangente in  $A$  alla retta di coefficiente angolare uguale a  $(-1/2)$ ; verificare che ha per equazione  $x^2+y^2+2x-4=0$ .

b) Determinare le tangenti condotte da  $P(-1, 5)$  e calcolare l'area del triangolo che esse formano con la tangente in  $A$

c) Determinare le rette parallele alla bisettrice del secondo e quarto quadrante sulle quali la circonferenza stacca corde di lunghezza pari a  $3\sqrt{2}$ .

d) Scrivere l'equazione della circonferenza  $\gamma_1$  passante per i punti  $(0; -2)$ ,  $(3; 1)$  e  $(1; 1)$ .

e) Determinare le coordinate dei punti  $R$  e  $S$  di intersezione di  $\gamma$  e  $\gamma_1$

f) Dato il fascio di rette di equazione  $(1+k)x+(3k+1)y+k+2=0$ , dopo averlo studiato dire per quali valori di  $k$  le rette del fascio intersecano il segmento  $RS$

113) Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento  $OA$ , essendo  $O$  l'origine degli assi e  $A(6, 8)$ . Scrivere poi l'equazione della circonferenza ad essa concentrica di raggio  $\sqrt{10}$ . Detto  $B$  l'ulteriore punto di intersezione, oltre all'origine, della prima circonferenza con la retta di equazione  $x-2y=0$ , determina i punti  $D$  della seconda circonferenza in modo che il triangolo  $OBD$  abbia area uguale a 20.

114) a) Scrivere l'equazione dell'ellisse avente i fuochi sull'asse  $x$ , vertice in  $B(0, 2)$  e eccentricità  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  e disegnarla.

b) Inscrivere nell'ellisse un rettangolo di perimetro  $12\sqrt{2}$  e determinare le coordinate dei vertici di tale rettangolo.

c) Determinare la parallela alla  $x-2y=0$  sulla quale l'ellisse intercetta una corda di lunghezza  $2\sqrt{5}$  e determinare le coordinate dei punti di intersezione con l'ellisse.

d) Determinare le equazioni delle tangenti condotte dal punto  $P(0; 4)$  e calcolare le coordinate dei punti  $T$  e  $R$  di contatto.

e) Si determini l'equazione della parabola con vertice nel punto  $(0, -2)$  e passante per i punti  $T$  ed  $R$  determinati precedentemente.

f) Si determini l'area della regione finita di piano delimitata dalla parabola e dalle tangenti determinate al punto (d).

g) Si determini infine l'area della regione finita di piano situata nel semipiano delle  $y$  negative e delimitata dall'ellisse, dalla parabola e dall'asse  $x$

115) Data l'ellisse  $x^2+9y^2-8x-36y+43=0$  riferita ad un sistema di assi cartesiani  $xOy$ , trovarne le coordinate del centro  $C$  di simmetria e scriverne l'equazione nelle coordinate  $X$  e  $Y$  relative ad un sistema

di assi cartesiani paralleli ed equiversi ai precedenti e aventi origine in C. Determinare inoltre le lunghezze dei semiassi, le coordinate dei vertici, dei fuochi e l'eccentricità dell'ellisse nel sistema di riferimento xOy e rappresentarla.

116) Dato il fascio di curve di equazione  $x^2+(2-k)y^2=4+2k$  determinare :

- per quali valori di k rappresenta una ellisse
- per quali valori di k rappresenta una circonferenza
- per quali valori di k rappresenta una ellisse con i fuochi sull'asse y e determinare quindi k in modo che  $F(0,1)$

117) a) Scrivere l'equazione dell'ellisse avente i fuochi nei punti  $\left(\pm \frac{2\sqrt{6}}{3}; 0\right)$  e passante per M (1;1);

determinare le coordinate dei vertici e l'eccentricità, indicando con A e B i vertici di ordinata nulla ( $x_A > x_B$ ) e con C e D i vertici di ascissa nulla ( $y_C > y_D$ ). Verificare che si tratta della curva di equazione  $x^2+3y^2=4$  e disegnarla.

b) Scrivere l'equazione della circonferenza  $\gamma_1$  avente centro in O e passante per A e l'area della parte di piano delimitata dalle due curve.

c) Inscrivere nell'ellisse un rettangolo di perimetro  $\frac{16}{3}\sqrt{3}$ : determinare le coordinate dei vertici di tale rettangolo.

d) Determinare la parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante sulla quale l'ellisse intercetta una corda di lunghezza  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  e determinare le coordinate dei punti di intersezione con l'ellisse.

e) Determinare le equazioni della tangente all'ellisse in M e delle tangenti condotte dal punto P(2; 2) e calcolare l'area del triangolo da esse individuato.

118) Determinare l'equazione dell'ellisse:

- avente fuochi sull'asse y, distanza focale 6 e passante per (4; 12/5);
- avente fuoco F(4; 0) ed eccentricità  $e=2/3$ ,
- avente un vertice in (0; 3) e un fuoco in (4; 0)
- passante per i punti (2; 2) e (-1;3)
- avente tangente  $x+y-2=0$  nel punto  $T\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$
- avente eccentricità  $e=\frac{\sqrt{7}}{4}$  e passante per  $\left(2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$
- data l'ellisse  $x^2+4y^2=4$  determinare i vertici del quadrato inscritto.

119) Il fascio di rette di equazione  $kx - (1+k)y - 5 = 0$  rappresenta tutte le rette passanti per il centro tranne una. Trovare le coordinate del centro del fascio e l'equazione della retta esclusa. Determinare inoltre l'equazione della circonferenza di centro C(3;1) e tangente alla retta esclusa.

120) L'equazione  $x^2 - xy - 2y^2 = 0$  rappresenta una circonferenza, una parabola o una coppia di rette? Giustificare la risposta.

121) Classificare la curva di equazione  $4x^2 + 9y^2 = 36$ , darne la definizione come luogo geometrico e trovare le coordinate dei suoi punti che hanno l'ascissa doppia dell'ordinata.

122) Trovare i punti base del fascio di parabole di equazione:  $y = (k+1)x^2 - 2kx + k - 1$  e il luogo dei vertici.

123) Un triangolo ABC è inscritto in una semicirconferenza avente centro nell'origine degli assi e raggio 5. Sapendo che l'ipotenusa AB coincide col diametro e che la retta AC ha coefficiente angolare  $\frac{3}{4}$ , trovare le coordinate di C.