Compiti estivi di MATEMATICA A.S. 2010/2011 **Classi 2°D – 2°E**

Dal testo di ALGEBRA :

Equazioni di 2° grado frazionarie e con moduli- relazioni tra radici e coefficienti- regola di Cartesio:

pag. 542 es.n° 22-4 ; pag. 543 es.n°12-15-16-21; pag. 560es. n° 51
pag. 562 es. n° 61 ; pag. 563 es. n° 66.

Calcolo con i radicali:

pag. 503 es n° 7-9-10 ;pag 504es n° 17-19-27-31 ;pag. 507 es n° 40 -41-42-45-49-50

Equazioni di grado superiore al secondo:

pag. 572 es. n° 25 -26 ; pag 575 es n° 46-47 ; pag. 576 es n° 66 ; pag. 580 es. n° 6-7-8 -9-10;
pag.583 es n°43-44- 51;pag 585 n° 14.

Disequazioni frazionarie e con moduli e sistemi di disequazioni:

pag. 593 es. n° 14-16-17-21; pag.595 es. n° 42; pag.599 es. n° 31-32-33-8-9-10-12-18 ;
pag.600 es.n° dal 19 al 26. pag.603 es.n° 34-35; pag 605 es.n° 30-31-32.

Equazioni irrazionali:

pag. 618 es. dal 72 al 75 e 80- 81-82 ; pag. 619 es n° 91-94-96-102 ; pag. 621 es. n° 129-130-133

Sistemi di equazioni di grado superire al primo :

pag. 626 es.n° 17-18-19-20 ; pag. 628 es. n° 38-39-40 ; pag. 630 es. n° 58-59-60-61 ; pag. 632 es. n° 21-22 ; pag.633es. n° 34-35 ; pag. 634 es. n° 44-46 ; pag. 636 es. n° 64-66; pag 639 es n° 24-25-2-3 ; pag 640 es n° 8-9-10.

Problemi di geometria con l'applicazione dell'algebra:

pag. 656 es. n° 23-26-28 ; pag. 657 es. n° 36-39 ; pag.658 es. n° 40-41 ; pag. 659 es n° 47-50 ; pag 660 es.n°54-55-56; pag. 652:tutti.

10/06/2011 L'insegnante:__________________________________

<u>**COMPITI IN CLASSE assegnati nell'A.S. 2010/2011**</u>

21 ottobre 2010 **II D**

1) Risolvere e discutere le seguenti equazioni:

a) $$\frac{2}{\frac{x-3}{x+1}}+\frac{4x^2-21x-25}{x^2-x-6}=\frac{3(x+1)}{x+2}$$

b) $$\frac{2(a+2)}{a^2-1}-\frac{a\left(x^2-ax-5x\right)}{x-a-5}=\frac{8}{(1-a)x}-\frac{2a^2}{1-a^2}$$

2) Risolvere e discutere i seguenti sistemi:

a) $$\begin{cases}\dfrac{(y+3)(x-2y)}{xy+x-2y^2-2y}=3-\dfrac{2x-1}{x+1}\\ 2x^2-y^2=3x+1\end{cases}$$

b) $$\begin{cases}\dfrac{1-x}{y+2z}=1\\ \dfrac{1}{3x-y-z}=\dfrac{1}{2}\\ 3x^2-y^2+3z^2=2\end{cases}$$

3) Dal punto medio C di un arco AB di una circonferenza si conducano due corde CD e CE che tagliano la corda AB nei punti F e G, rispettivamente (con D più vicino ad A).
Dimostrare che: a) l'angolo BDE è congruente all'angolo BCE
b) l'angolo ABC è congruente all'angolo CDB
c) il quadrilatero DEGF è inscrivibile in una crf.

---

22 ottobre 2010 **II E**

1) Risolvere e discutere le seguenti equazioni:

a) $$\frac{1}{\frac{2x+1}{6x}}-\frac{4x+1}{2(x-1)}=2-\frac{10x^2-5x}{4x^3-4x^2-x+1}$$

b) $$\frac{2(a+3)}{a^2+2a}-\frac{(a+1)\left(x^2-ax-6x\right)}{x-a-6}+\frac{8}{ax}=\frac{2(a+1)^2}{a^2+2a}$$

2) Risolvere e discutere i seguenti sistemi: a) $\begin{cases} 1+\dfrac{2}{x+2y}=0 \\ \dfrac{2-x}{x}-\dfrac{4y^2-2y}{x^2+3x}=\dfrac{6}{x+3} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{z-1}{x+y}=-1 \\ \dfrac{y-x}{3z+1}=1 \\ \dfrac{x^3-xy^2}{x-y}=2\left(1-z^2\right) \end{cases}$

3) Nel triangolo ABC siano E ed F le intersezioni della circonferenza di diametro AB rispettivamente con i lati AC e CB e sia D il piede della perpendicolare condotta da B sulla retta EF.
Dimostrare che a) l'angolo BAE è congruente all'angolo BFD.
b) l'angolo ABF è congruente all'angolo EBD.

---

18 novembre 2010 II D

1) Data l'equazione : $(a-1)x^2-(2a+1)x+a=0$

a) discutere, al variare di a , il segno e la realtà delle radici.

b) determinare per quali valori di a le radici x_1 e x_2 sono reali e la loro somma è minore di 3.

2) Risolvere la seguente disequazione :

$$\frac{\left(x^2-25\right)^3(x+1)^2\left(4x^2-4x+1\right)\left(x^2-2x\right)}{\left(4-x^2\right)^5(2x-3)(x-1)^4}\geq 0$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni $\begin{cases} (x-1)\left(2x-x^2\right)\leq 0 \\ \dfrac{2}{x-1}-\dfrac{x^2-1}{x^2-2x-3}<\dfrac{x-6}{1-x} \\ \dfrac{x^2-x-2}{x-4}\geq 0 \end{cases}$

4) Nella semicirconferenza di diametro $AB=20a$ è inscritto un rettangolo $MNPQ$ con la base MN sul diametro. Sapendo che l'altezza è $\dfrac{2}{3}$ della base:

a) determinare i lati del rettangolo.

b) Tracciate le tangenti in Q e in B, sia D il loro punto di intersezione e C l'intersezione della tangente in Q con la retta del diametro. Determinare i lati del triangolo CBD .

---

19 novembre 2010 II E

1) Data l'equazione : $ax^2-(2a+3)x+a+1=0$

a) discutere, al variare di a, il segno e la realtà delle radici.

b) determinare per quali valori di a le radici x_1 e x_2 sono reali e il loro prodotto è minore della somma.

2) Risolvere la seguente disequazione :

$$\frac{(1-x)^3(2x^2+5x-3)x^4}{(x^2+2x-24)^5(x^2-1)(x+2)^4(4x^2+4x+1)}\geq 0$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni: $\begin{cases} x-x^3\leq 0 \\ \dfrac{x^2+x-2}{x-3}\geq 0 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}<\dfrac{5-x}{x} \end{cases}$

4) Il triangolo isoscele ABC,di base AB,è inscritto in una circonferenza di raggio $5a$.

Sapendo che l'altezza è $\dfrac{3}{2}$ della base:

a) calcolare i lati di ABC

b) Tracciare le tangenti alla circonferenza nei vertici A,B,C e sia MNP il triangolo formato dalle tre tangenti. Determinare i lati di tale triangolo.

16/12/2010 II D

1) Risolvere la seguente disequazione frazionaria

$$\frac{(2x-54x^4)^5(12x^2+x-1)(9x^3-x)^{11}(-x-4x^2)(x^2-4)^4}{(6x-9x^2-1)^3(x-5x^2-11)(3x^3-5x^2-2x)^3}\leq 0$$

2) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{4x^2-4x+1}+\dfrac{x^2+2x-2}{1-6x+12x^2-8x^3}\cdot 2^{-1}>\dfrac{1}{4x-2} \\ \dfrac{x}{x^2+1}\leq\dfrac{x+2}{x^2+3x} \\ x^6-4x^4-x^3+4x\geq 0 \end{cases}$$

3) Calcolare

a) $\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[4]{2}.\sqrt[8]{16}\sqrt[4]{2\sqrt{2}}}\ \frac{\sqrt{2}}{4-2\sqrt{2}} =$

b) $2\sqrt{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}\right)\frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{2}}+\left(2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 =$

c) $\left[\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}-2\right)+\left(\sqrt{20}-\sqrt{18}\right)\left(\sqrt{45}+3\sqrt{2}\right)-\left(2\sqrt{3}\right)^2\right]:\sqrt{2} =$

4)
Data l'equazione : $kx^2-(k-1)x+k-1=0$, determinare per quale valore di k una soluzione è $\sqrt{3}-1$.
In tale caso determinare (senza risolvere l'equazione) l'altra radice.

17/12/2010 II E

1) Risolvere la seguente disequazione frazionaria

$$\frac{\left(2x^2+x-1\right)^3\left(x^3-5x^2-6x\right)\left(8x-16x^2-1\right)^{15}(x-2)^4}{\left(54x-2x^4\right)\left(x^4-24x^2-25\right)\left(-9-16x^2\right)\left(x^2-x\right)^4}\le 0$$

2) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{\frac{1}{x+2}}{x^3-3x^2+3x-1}+\left(\dfrac{x}{x^2+x-2}\right)^2 > \dfrac{1}{x^2+x-2} \\ \dfrac{3x-1}{x+2}\le\dfrac{4(x+2)}{3x-1} \\ x^8-4x^6+7x^5-28x^3-8x^2+32\le 0 \end{cases}$$

3) Calcolare:

a) $\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{2}\right)}+\left(1+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4+2\sqrt{2}}\right)-2\left[\sqrt[4]{8\sqrt{2\sqrt[4]{4}}}:\sqrt[4]{16\sqrt[4]{2\sqrt{16}}}\right]^2 =$

b) $\left[\left(3\sqrt{2}-\sqrt{12}\right)^2+\sqrt[3]{3\sqrt{3}}\left(2\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{27}+3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{75}-\sqrt{8}\right)+19\sqrt{6}\right]^2 =$

4) Data l'equazione: $(k-1)x^2-(k+2)x+k=0$, siano x_1 e x_2 le corrispondenti radici.

Determinare k tale che sia verificata la seguente relazione: $\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=2\sqrt{2}-1$

In tale caso risolvere l'equazione.

21/01/2011 II E

Risolvere: 1) $$\frac{|5x-1|-2x^2}{|x+2|}-2|2-x|\le 0$$

2) $$\frac{|x^2-5|\cdot\left[x^2-9+4\sqrt{2}\right]\cdot\left[\left(1-\sqrt{2}\right)x^2-x\right]}{\left[\left(\sqrt{3}-1\right)x-\sqrt{2}x^2-\left(\sqrt{3}+1\right)\right]\cdot\left[x^2-\left(1-\sqrt{2}\right)x-\sqrt{2}\right]}\le 0$$

3) $$\begin{cases}\dfrac{x}{x+1-\sqrt{3}}\le\dfrac{1-x}{2\sqrt{3}}\\[2ex]\dfrac{\left(1-\sqrt{2}\right)x+1-\sqrt{2}}{|x^2-3|}\le 0\end{cases}$$

4) E' dato un triangolo equilatero ABC il cui lato misura a : condotta una retta parallela alla retta AB,che interseca i lati AC e BC in H e K, siano rispettivamente R ed S le proiezioni di tali punti sul lato AB.

Determinare i lati del rettangolo HKSR sapendo che la sua area è $\frac{\sqrt{3}}{9}a^2$.

Delle soluzioni così determinate si consideri quella in corrispondenza della quale il trapezio ABKH risulta circoscrivibile. Di tale trapezio determinare il raggio del cerchio inscritto e il raggio del cerchio circoscritto.

27/01/2011 II D

Risolvere: 1) $$\frac{|4x^2-1|-|1-2x|-4}{|1-2x|-1}\le 0$$

2) $$\frac{|x^2-25|\cdot\left[\left(1-\sqrt{3}\right)x^2-1\right]\cdot\left[\left(\sqrt{2}+1\right)x-x^2-2\left(\sqrt{2}-1\right)\right]\cdot\left[\left(3-\sqrt{5}\right)x^2-4x\right]}{\left[\left(3-2\sqrt{2}\right)x^2-4\right]\cdot\left[\sqrt{2}x^2-\left(\sqrt{2}-1\right)x+2\sqrt{2}\right]}\le 0$$

3) $$\begin{cases}\dfrac{x-\sqrt{2}}{x-2\sqrt{2}}<\dfrac{1}{x+2}\\[2ex]\left|x-2\sqrt{2}\right|-2x<0\end{cases}$$

4) lato BC in tre parti congruenti fra loro, con M compreso tra C e N,determinare sul lato AC un punto P

tale che: $\overline{PM}^2+\overline{PN}^2=\frac{4}{9}l^2$

Verificare che in corrispondenza della soluzione $\overline{CP}=\frac{1}{3}l$ il quadrilatero APMB è un trapezio.

Verificare inoltre che tale trapezio è inscrivibile e circoscrivibile e determinare r_i e r_c .

17/02/2011 **II D**

Risolvere: 1) $$\frac{x^2-2-\left|x-|2x-2|\right|}{3x-|x^2-4|}\le 1$$

2) $$\frac{\left[\left(3-2\sqrt{2}\right)x-6x^2+\sqrt{2}\right]\cdot\left(\left|x-\sqrt{2}\right|-\left|\sqrt{2}x-2\right|\right)\cdot\left|x-|x^2-2|\right|}{\left(|x^2-25|+|x^2+5x|\right)\cdot\left[\left(13-4\sqrt{3}\right)x^2-121\right]}\ge 0$$

3) $$\begin{cases}\left|\dfrac{x-4\sqrt{3}}{x-4}\right|-\sqrt{3}>0\\ \left|\dfrac{x^3-3x-8}{x}\right|\le x^2-1\\ \left|\dfrac{x^2-x-1}{x}\right|>-x^2\end{cases}$$

18/02/2011 **IIE**

Risolvere: 1) $$\frac{x^2-|x^2-2x-3|-1}{\left|x-|2x-3|\right|-2}\le 2$$

2) $$\frac{\left(2x-|x^2-3|\right)\cdot\left[\left(1-\sqrt{3}\right)x^2+2x\right]\cdot\left||x^2-5|-4x\right|}{\left[\left(7-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{3}x^2-\left(2\sqrt{3}-1\right)\right]\cdot\left(x^2-2\sqrt{2}x+2\right)}\ge 0$$

3) $$\begin{cases}\left|x-\sqrt{3}\right|-\left|\sqrt{3}x-2-\sqrt{3}\right|\le 0\\ \left|\dfrac{x^3-x^2-2}{x}\right|\ge x^2+x\\ \left|\dfrac{x^4-3x-2}{x-1}\right|+x^2+1\ge 0\end{cases}$$

7/04/2011 II D

1) Il triangolo ABC è rettangolo in A e sia CD la bisettrice dell'angolo interno.

Sapendo che : $\overline{BC}-\overline{AC}=4a$ e $\overline{AC}=\dfrac{4}{3}\overline{AB}$

a) determinare i lati del triangolo ($12a,16a,20a$)

b) determinare la lunghezza della bisettrice CD.

2) Il trapezio ABCD è circoscrivibile ad una circonferenza.

Sapendo che il perimetro del trapezio misura $56a$, il rapporto tra le basi è $\dfrac{1}{3}$ e la differenza tra i lat obliqui è $2a$, determinare:

a) i lati del trapezio ($7a,21a,13a,15a$) b) L'altezza del trapezio ($12a$)

c) La superficie dei triangoli DCO e ABO , essendo O il punto d'incontro delle diagonali del trapezio

3) Nel triangolo ABC l'altezza CH misura $12a$.

a) Determinare a quale distanza da C si deve tracciare la corda DE parallela ad AB affinchè:

$$Sup(DEC) = \frac{4}{5} Sup(ABED)$$

b) Sapendo che la base AB dello stesso triangolo misura $15a$, determinare i lati del rettangolo inscritto nel triangolo, con la base su AB, avente superficie $40a^2$.

4) Calcolare:

$$\sqrt{x+4-4\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x\cdot(x-3)^3\sqrt{x}} : \sqrt{(3-x)^2} - \frac{2}{x-2}\sqrt{(x-2)^2 x} =$$

5) risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{\sqrt{(x-3)^2(x+1)} - \sqrt{\left(\sqrt{3}x-1\right)^2(x+1)}}{\left|\left(\sqrt{3}-1\right)x^2-3x\right|\left[\left(1-\sqrt{3}\right)x^2+\left(4-\sqrt{3}\right)x-2\sqrt{3}\right]} \geq 0$$

8/04/2011 II E

1) ABC è un triangolo scaleno di perimetro $84a$ e CD è la bisettrice dell'angolo interno in C.

Sapendo che: $\overline{AD} - \overline{DB} = 2a$ e $\overline{AD} = \frac{15}{13}\overline{DB}$

a) determinare i lati di ABC $(30a, 26a, 28a)$

b) determinare l'altezza CH $(24a)$

c) determinare a quale distanza da C si deve tracciare la corda MN parallela ad AB tale che :

$$Sup(MNC) = \frac{1}{8} Sup(MNBA)$$

2) Nel triangolo ABC, isoscele di base AB, il rapporto tra l'altezza CH e l'altezza AK è $\frac{5}{6}$.

Sapendo che il perimetro del triangolo misura $64a.$

a) determinare i lati di ABC $(24a, 20a, 20a)$

b) Dal punto D su AC tale che $\overline{AD} = 3\overline{DC}$ tracciare la corda DE parallela ad AB. Determinare lati e altezza del trapezio ABED $(24a, 6a, 15a, 15a, 12a)$

c) Determinare la superficie dei due triangoli ABO e DEO , essendo O l'incontro delle diagonali del trapezio ABED.

3) Il triangolo ABC è rettangolo in A e $\overline{AC} = \frac{4}{3}\overline{AB}$. Dal punto medio P di AC tracciare la corda PE parallela all'ipotenusa.

a) determinare il lati di ABC sapendo che: $Sup(PAE) = 150a^2$ $(30a, 40a, 50a)$

b) Determinare i lati del rettangolo inscritto nel triangolo ABC, con base su AB, sapendo che il perimetro di tale rettangolo misura $72a$.

4) Calcolare: $$\frac{1}{x}\sqrt{4x^2(1-x)} + \sqrt{3-x-2\sqrt{1-x}} + \sqrt[3]{(x+1)^3\sqrt{(1-x)^3}} : \sqrt{(x+1)^2} =$$

5) risolvere la seguente disequazione

$$\frac{\sqrt{3x(x-1)^2} - \sqrt{x}}{\left|\sqrt{2}x - |x+1|\right| \cdot \left[\left(4\sqrt{3}-7\right)x^2+1\right]} \geq 0$$

24 / 03 / 2011 II D

1) portare sotto il segno di radice e semplificare: $\dfrac{a^2-2a}{a-1}\sqrt[4]{\dfrac{(a-1)^2}{(a-2)^4}}$

2) portare fuori dal segno di radice e semplificare: $\sqrt[4]{\dfrac{(a-1)^8(a-2)^2}{(3-a)^4}}$

3) ricondurre ad un unico radicale: $\dfrac{a-1}{a-2}\sqrt[3]{(a-1)\sqrt{\dfrac{(a-2)^7}{(a-1)^9}\sqrt[4]{(a-2)^2}}}$

4) calcolare : $\dfrac{3-a}{a+1}\sqrt[3]{\dfrac{a+1}{a^2-4a+3}}:\sqrt{\dfrac{a-3}{a-1}}\sqrt[4]{(a+1)^2}$

5) calcolare : $\sqrt{x+4-4\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}+2\right)-\dfrac{(x-4)(x-2)}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x-1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right)$

) Risolvere: $\dfrac{x}{x+4}\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3}\sqrt{\dfrac{(x+2)^2}{x^2+4x}}}\sqrt[3]{\dfrac{(x+4)^3\sqrt{x^2+4x}}{x+2}}-\sqrt{\dfrac{(x-1)^2}{2x^2}}\geq 0$

---

18 / 03 / 2011 II E

1) portare sotto il segno di radice e semplificare: $\dfrac{a^2+4a+3}{a+2}\sqrt[4]{\dfrac{(a+2)^2}{(a+1)^4}}$

2) portare fuori dal segno di radice e semplificare: $\sqrt[8]{\dfrac{(a+1)^8a^2}{(1-a)^{10}}}$

3) ricondurre ad un unico radicale: $(a+2)\sqrt[3]{(4-a^2)\sqrt{\dfrac{a^5}{(a+2)^8}\sqrt[4]{\dfrac{1}{(a-2)^2}}}}$

4) calcolare : $\dfrac{1}{2a-1}\sqrt[3]{\dfrac{a+1}{2a+1}}:\sqrt{\dfrac{a}{2a-1}}\sqrt[4]{(2a-1)^2}$

5) calcolare : $\dfrac{\sqrt[3]{a\sqrt{\dfrac{1-a}{a^2}}}:\sqrt[6]{1-a}}{\sqrt{a+2}}-\dfrac{\sqrt{a+3-2\sqrt{a+2}}}{a+2-\sqrt{a+2}}$

6) Risolvere: $\sqrt{\dfrac{\left(x+\sqrt{2}\right)^2}{x^2}(1-x)}-\sqrt{\dfrac{x^2}{\left(x-\sqrt{2}\right)^2}(1-x)}\leq 0$

---

29 aprile 2011 II E

Risolvere: 1)
$$\begin{cases} \dfrac{x^4-12}{x^4-4} \geq 1 \\ \dfrac{x^4-\left(1+\sqrt{2}\right)x^2+\sqrt{2}}{2x^4-x^2-1} \leq 0 \\ 8x^8-7x^5-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

2)
$$\frac{\left(8x^4-\left|x^8-9\right|\right)\cdot\left(\left|x^6-x^3\right|-\left|x^6-1\right|\right)}{\left(3x^6+2x^3+1\right)} \leq 0$$

3)
$$\begin{cases} 3x^4+11x^3+2x^2+11x+3 \geq 0 \\ \dfrac{x^3}{\left|x^6-64\right|} \leq \dfrac{1}{63} \end{cases}$$

4) Da un punto O esterno si conducono due secanti ad una circonferenza. Tale circonferenza intercetta le due corde AB e CD sulle due secanti (A,C punti più vicini ad O).

Sapendo che:
$$\overline{AB}-\overline{AO}=2a$$
$$\overline{OC}=\frac{1}{6}\overline{OD}$$
$$\overline{DC}=10a$$
determinare la misura della corda AB

---

5 maggio 2011 II D

1) Data l'equazione: $(k-2)x^2-(2k-1)x+k+2=0$ siano x_1 e x_2 le radici.

a) determinare k tale che: $\left|\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}\right| \leq \sqrt{2} \quad \wedge \quad x_1, x_2 \in R$

b) determinare k tale che $x_1 = 2x_2 - 1$

2) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{\left|x^8-4x^4\right|-\left|4-x^4\right|}{\left|8-x^6\right|-7x^3} \leq 0$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^4-3x^3-2x^2-3x+1 \leq 0 \\ \dfrac{3x^2-5}{x^2-1} \geq x^2+1 \end{cases}$$

4) Da un punto P esterno ad una circonferenza condurre due secanti e una tangente.
Siano CD e AB le corde intercettate dalla circonferenza sulle due secanti (con C e A più vicini a P) e Sia T il punto di tangenza .

Sapendo che: $\overline{DC}-\overline{PC}=a$, $\overline{PD}-\overline{PA}=6a$, $\overline{PT}=6a$ Determinare la lunghezza delle due corde AB e DC

26/ 05/2011 II D

1) Risolvere le seguenti equazioni irrazionali:

a) $\sqrt[4]{x+7}=\sqrt{2+\sqrt{3-x}}$ b) $\sqrt{x+1}=\sqrt{12-x}-1$

c) $\sqrt{2}\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{x+1}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$

2) Risolvere i seguenti sistemi: a) $\begin{cases}\sqrt{3}(x+y)+3xy=12\\ \dfrac{x^3+y^3}{x+y}=6\end{cases}$ b) $\begin{cases}3y-2x+\sqrt{3y-2x}=6\\ \dfrac{x^2-3y^2-6y-4}{x+y+2}=-1\end{cases}$

3) Il rapporto tra l'ipotenusa di un triangolo rettangolo e l'altezza ad essa relativa è $\dfrac{25}{12}$. Determinare i lati del triangolo sapendo che la somma dei cateti è $70a$.

4) In un trapezio rettangolo ABCD la base maggiore e il lato obliquo misurano $5a$. Determinare la misura della base minore CD e la misura dell'altezza, sapendo che la loro somma vale $6a$.

27/ 05 / 2011 II E

1) Risolvere le seguenti equazioni irrazionali:

a) $\sqrt[4]{x^2+6}-\sqrt{1+\sqrt{2x^2-2}}=0$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{5x}+\sqrt{4+x}}+\dfrac{3}{8}=\dfrac{1}{\sqrt{5x}-\sqrt{4+x}}$

c) $\sqrt{x+2}=\sqrt{11-x}-1$

2) Risolvere i seguenti sistemi:

a) $\begin{cases}x^3+y^3=35\\ \sqrt{xy-2}+xy=8\end{cases}$ b) $\begin{cases}2x^2+xy-y^2=0\\ \dfrac{4-y^2}{x^2-2x}=1\end{cases}$

3) Un rombo è circoscritto ad una circonferenza di raggio $\dfrac{24}{5}a$. Sapendo che la superficie del rombo misura $96a^2$,determinare la lunghezza delle diagonali.

4) Un trapezio rettangolo è circoscrivibile ad una circonferenza. Sapendo che il rapporto tra le basi è $\frac{2}{3}$ e che la differenza tra il lato obliquo e la base minore è $3a$, determinare i lati del trapezio.

Esercizi sui radicali letterali

Ex.3
Portar dentro ed eventualmente semplificare:

1) $\frac{x+1}{2-x}\cdot\sqrt[4]{\frac{(x^2-3x+2)^2}{x^2+2x+1}}$; 2) $\frac{x+2}{x-1}\cdot\sqrt[4]{\frac{x^2-2x+1}{(4-x^2)^2}}$; 3) $\frac{x}{1-2x}\sqrt[4]{\frac{(4x^2-4x+1)(1-8x^2+16x^4)}{x^2}}$;

4) $\frac{2x}{1-3x}\cdot\sqrt[4]{\frac{(81x^4-18x^2+1)(27x^3-1)^2}{x^2}}$; 5) $\frac{3-x}{x}\cdot\sqrt[4]{\frac{x^2}{(x^4-18x^2+81)(x^2-6x+9)}}$

6) $\frac{9-x^2}{9x+x^2}\sqrt[4]{\frac{x^2+18x+81}{(x^2+6x+9)(9x-x^3)^2}}$; 7) $\frac{x^2-4}{4x-x^2}\sqrt[4]{\frac{(4x^2-x^3)^2}{16-8x^2+x^4}}$;

8) $\frac{9-x^2}{9+x^2}\sqrt[4]{\frac{x^4+18x^2+81}{(x^2+6x+9)(9x-x^3)^2}}$ 9) $\frac{x^2+4}{4x-x^2}\sqrt[4]{\frac{(4x^2-x^3)^2}{16+8x^2+x^4}}$

Ex.3
Portar fuori ed eventualmente semplificare :

1) $\sqrt[8]{\frac{(x-3)^{18}(x-1)^8}{(x^{14}-27x^{17})^2}}$; 2) $\sqrt[8]{\frac{(8x^3-1)^8(5-x)^{12}}{(x^{17}-x^{18})^2}}$; 3) $\sqrt[12]{\frac{(x^3-3x^2+3x-1)^{10}}{[x^2(2x-x^2)]^6}}$;

4) $\sqrt[12]{\frac{[x^3(2x-1)]^4}{(8-12x+6x^2-x^3)^{10}}}$; 5) $\sqrt[8]{\frac{[x^5(x^2-2x)]^2}{(1-6x+12x^2-8x^3)^6}}$ 6) $\sqrt[4]{\frac{(2-x)^{18}(2+x)^4}{(x^2+6x+9)^{11}(8-27x^3)^2}}$;

7) $\sqrt[4]{\frac{(27x^3+8)^2(x^2-10x+25)^7}{(x-2)^{10}(1+x)^4}}$; 8) $\sqrt[4]{\frac{(1-x)^{10}(1+x)^4}{(x^2+4x+4)^7(8+27x^3)^2}}$

Ex.4
Semplificare l'espressione:

1) $\frac{-x^2-x}{x+2}\cdot\left(\sqrt{\frac{x+2}{x+1}}\right)^3\cdot\sqrt[4]{\frac{x^2+4x+4}{x^2}}\div\sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}$ =

2) $\frac{x^2-3x+2}{x}\cdot\sqrt[4]{\frac{x^2}{x^2-4x+4}}\cdot\sqrt[3]{\frac{x-1}{(x-2)^2}}\div\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)^3$ =

3) $\frac{1}{1-x}\cdot\sqrt[3]{(x-2)\sqrt[4]{\frac{x^2-1}{x^2-4}\sqrt{\frac{x^2+4x+4}{x+1}}}}\div\sqrt[4]{(x-2)\sqrt[3]{\frac{1}{(x-1)^{11}}\sqrt{\frac{x+1}{(x-2)^6}}}}$ =

4) $\frac{1}{x+1}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{x}\sqrt[3]{(x+1)^{11}\sqrt{\frac{x^6}{x+3}}}}\div\sqrt[3]{\frac{1}{x}\sqrt[4]{\frac{x^2+4x}{x^2+4x+3}\sqrt{\frac{x+3}{x^2+8x+16}}}}=$

5) $\sqrt[4]{-\frac{x}{(2-x)^4}\sqrt[3]{\frac{1}{x^6}\sqrt{\frac{1}{(1-x)(x+4)^2}}}}\cdot\sqrt[3]{-(x+2)\sqrt[4]{\frac{x}{x-2}\sqrt{\frac{2-x}{1-x}}}}\div\sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{x^2+2x}\sqrt[4]{\frac{2-x}{(x-1)^2}}}}=$

6) $\sqrt[3]{\frac{1}{(x-2)^3}\sqrt{\frac{x^2}{x^2-4}}}\cdot\sqrt[3]{\frac{(x+2)^3\sqrt{x^2-4}}{x}}\cdot\frac{x-2}{x+2}-\sqrt[4]{(x^2+6x+9)^2}=$

7) $\left(\frac{2\sqrt[4]{x^2}+\sqrt{x+36-12\sqrt{x}}}{x-4}-\frac{2}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right)\cdot\frac{x-4}{\sqrt{x}}=$

8) $\sqrt[3]{\frac{1}{(3-x)^3}\sqrt{\frac{x^2}{x^2-9}}}\cdot\sqrt[3]{\frac{(x+3)^3\sqrt{x^2-9}}{x}}\cdot\frac{3-x}{x+3}-\sqrt[4]{(x^2+8x+16)^2}=$

9) $\left(\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}-\frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{x+1-2\sqrt{x}}}{x-9}\right)\cdot\frac{x-9}{\sqrt{x}}=$

10) $\left[\left(\sqrt{\frac{9x-27}{x-2}}\right)^3\cdot\sqrt[3]{\frac{x-2}{x^2-2x+1}}:\sqrt[4]{\frac{(1-x)^2}{x^2-6x+9}}\right]\cdot\left(\sqrt[6]{\frac{\left(x^2-3x+2\right)^2}{729}}:\frac{3-x}{2-3x+x^2}\right)=$

11) $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{\frac{x}{x-1}}\sqrt{x}}}:\sqrt[3]{\frac{1-x}{27x^3}\sqrt[8]{\frac{x^2-2x+1}{x^9}}}+\sqrt{x^2-4x+4}=$

12) $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{\frac{x+2}{x+1}}\sqrt{x+2}}}:\sqrt[3]{\frac{1+x}{-8(x+2)^3}\sqrt[8]{\frac{x^2+2x+1}{(x+2)^9}}}+\sqrt{x^2}=$

13) $\left(\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}-\frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{x+1-2\sqrt{x}}}{x-9}\right)\cdot\frac{x-9}{\sqrt{x}}=$

14) $\left[\frac{x^2}{x^2-1}\cdot\sqrt[3]{x^5-2x^3+x}\cdot\sqrt[4]{\frac{x^2+2x+1}{x^6}}\right]:\sqrt[6]{\frac{x^4}{x^2-2x+1}}=$

15) $\left(\frac{1}{\sqrt{x-3}-1}-\frac{1}{\sqrt{x-3}+1}\right)(x-4)-\frac{\sqrt{x-2-2\sqrt{x-3}}}{\sqrt{x-3}-1}=$

16) $\sqrt[3]{(2-x)\sqrt{\frac{(x+2)\sqrt{(x+2)^6}}{(x-2)^4\sqrt[3]{x+2}}}}=$