

COMPITI VACANZE
A.S. 2010/11
CLASSI 1^A - 1^B

Per un buon ripasso si suggerisce il testo :

A. Latini
“L’esercizio Matematico” Vol. 1
Ghisetti & Corvi

Inoltre verificare le competenze acquisite svolgendo i seguenti testi estratti dai compiti in classe proposti nel presente anno scolastico.

1° Compito in classe di Matematica

EX.1 [p.1.75]

Tradurre in simbolismo matematico la seguente espressione e successivamente calcolarne il valore:

“L’inverso della differenza tra l’opposto di 2 ed il reciproco dell’opposto di $\frac{5}{2}$ divide la somma tra il quadrato

dell’inverso di $-\frac{1}{2}$ e l’opposto del reciproco di (-2); tale quantità è divisa dal prodotto tra il triplo della quinta potenza

di $\frac{1}{2}$ ed il simmetrico del quadrato del reciproco di $-\frac{1}{4}$. La quantità risultante si sottrae alla differenza tra il reciproco

dell’opposto di 5 ed il quadrato dell’inverso di $(-\frac{1}{2})$.”

EX.2 [p.1.5]

$$\left\{ 10 \cdot (0,2)^2 + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2} - 0,5 + 0,1\bar{6}\right)}{\left[0,3 - (5 - 0,75) : 8,5\right] : 0,08\bar{3}} + \frac{(2 + 0,2) : (5 + 0,5)}{\left[(-2)^0 + 0,5 : 2\right] : 5} \right\} \cdot (-1, \bar{6}) =$$

EX.3 [p.2.25]

$$\frac{\left[-3^{10} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot 3^4\right]^2 : \left(-\frac{1}{3}\right)^{-6}}{\left[\left(\frac{3}{2}\right)^5\right]^3 : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-13} - \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-10}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{\left\{\left[(-2)^{-3} + 2^{-2} - 2^{-1}\right]^{-1} : (2^{-1})^{-3}\right\}^2}{(-1)^{-2} \cdot (-1)^3 \cdot \left\{\left[(-1)^2\right]^{-1} - 2\right\}} =$$

EX.4 [p.2.5]

$$-\frac{\left\{-\left[\left(-\frac{25}{8}\right)^{-3} : \left(\frac{75}{4}\right)^{-2}\right]^{-1} \cdot \left[\frac{625}{16} : \left(-\frac{9}{125}\right)^{-2} : \left(-\frac{5}{27}\right)^{-1}\right]^{-1}\right\}}{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^4} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^3 =$$

Ex.5 [p.2]

Sono dati gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 60 \bmod x = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = -(n-4)^n, n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 4\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n - 6, n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 6\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = (-1)^{n-1} \cdot 2^n, n \in \mathbb{N} \wedge n < 5\}$$

Dopo averli indicati mediante espressione estensiva, determinare:

$$A \cap B \cap C; \quad (B \cap C) \cup (B \cap D); \quad C - A; \quad [C_{A \cap D}(B \cap D)] \cup [C_B(A \cap B)]$$

EX.1 [p.1.75]

Tradurre in simbolismo matematico la seguente espressione e successivamente calcolarne il valore:

“Il prodotto tra il triplo della quinta potenza dell’inverso di $\frac{1}{2}$ con il cubo dell’opposto di $\frac{1}{4}$ divide la somma tra l’opposto del reciproco di (-2) ed il quadrato del simmetrico dell’inverso di $\frac{1}{2}$. Tale quantità, divisa per l’inverso della differenza tra il reciproco di $-\frac{1}{2}$ e l’inverso di $-\frac{5}{2}$, si sottrae alla somma tra l’opposto del quadrato dell’inverso di $(-\frac{1}{2})$ ed il reciproco dell’opposto di 5 .”

EX.2 [p.1.5]

$$\left\{ \frac{(2 + 0,5 - 1,5) : 0,1\bar{6} + (7 + 0,75) \cdot \frac{5}{31} - \frac{1}{3} + 1,75}{0,41\bar{6} - \left[\left(\frac{8}{5} + 0,3\bar{6} - 0,5\bar{3} \right) - 1,35 \right]} \right\} : \left\{ -2^4 \cdot 0,3\bar{3} + 0,25 \cdot \left[6 - \left(\frac{1}{6} \right)^{-2} \right] \right\} =$$

EX.3 [p.2.25]

$$\frac{\left[-5^2 \cdot \left(-\frac{1}{5} \right)^8 \cdot (-5^8) \right]^4 : \left(-\frac{1}{5} \right)^{-6}}{\left[\left(\frac{5}{2} \right)^5 \right]^3 : \left(-\frac{2}{5} \right)^{-13} - \left[\left(\frac{2}{5} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^3 \right]^2 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{-8}} + (-3)^2 \cdot \frac{\left\{ [(-2)^{-1} + 2^{-2} - 2^{-3}]^{-1} : (2^{-3})^{-1} \right\}^2}{(-1)^{-5} : (-1)^4 : \left\{ 3 - [(-2)^{-1}]^2 \right\}}$$

EX.4 [p.2.5]

$$\left(-\frac{5}{3} \right)^{-3} \cdot \frac{\left(-\frac{1}{2} \right)^{-4} : \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 : \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-5}}{- \left\{ - \left[\frac{81}{16} : \left(-\frac{25}{27} \right)^{-2} : \left(-\frac{3}{125} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot \left[\left(-\frac{9}{8} \right)^{-3} : \left(\frac{45}{4} \right)^{-2} \right]^{-1} \right\}} =$$

Ex.5 [p.2]

Sono dati gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 8 - 4n, n \in \mathbb{N} \wedge n < 6\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = -(1)^{n+1} \cdot 2^n, n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 4\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 32 \bmod x = 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = -(n-3)^{n+1}, n \in \mathbb{N} \wedge n < 5\}$$

Dopo averli indicati mediante espressione estensiva, determinare:

$$A \cap B \cap C \cap D; \quad (B \cap A) \cup (C \cap D); \quad B - C; \quad [C_{A \cap C}(B \cap A)] \cup [C_B(D \cap B)]$$

2° Compito in classe di Matematica

1. Determinare M.C.D. ed m.c.m. dei monomi risultanti dalle tre seguenti espressioni:

A)

$$\left\{ -\left(-\frac{1}{2}a^3b^8c\right)\left(-\frac{2}{3}ab^3c^2\right) : \left[\frac{15}{4}a^2b^5c^8 : \left(-\frac{5}{2}ab^2c^3\right)^2\right] + \frac{3}{2}a^4b^{10}c^4 : \left(-\frac{3}{2}c\right)^3 + (a^5b^6c : a^3b)^2 : \frac{1}{11}c \right\} : (0.\bar{3}ab^2);$$

B)

$$\left\{ \left(-\frac{1}{2}a^{1-n}b^{2p} : 2^{-2}a^{n-2}b^{1-p}\right)^2 \cdot [-0.\bar{3}a^{n-2}b^{3p-1} \cdot (a^{1-n}b^{2-p})^3] : (2^2a^{1-3n}b^{3p-1})^2 + \frac{25}{12}a^5b^5 \right\} \cdot \left[(-12a^{2n+3}b^{p+1})^2 : (2a^{2n-4}b^{2p-5})^2 \right] : \left(-\frac{3}{5}ab^{3-2p}\right);$$

C)

$$\left\{ (2^{-5})^{-2} : (2^{-1})^3 \right\} : \left[-(2^{-4})^2 \right]^1 \cdot \left\{ [0.75a^{n-1}b^3 \cdot (a^{n-1}b^{p+4})] : \left[-\left(-\frac{1}{2}a^{n-5}\right)^2 \right] \cdot (0.8a^2b^{p-1})^{-1} \right\} : (-0.\bar{6}a^3b^2)^2;$$

2. Semplificare la seguente espressione :

$$\left\{ 6a^n - \frac{\left[\left(\frac{2}{3}a^{n-3}\right)^2 \cdot (-2a^{n-3})^{-2}\right]^{-1} : (+0.\bar{3}a^n)^{-3}}{(-3a^{-n})^{-2} + 2a^{2n} : (-3^2)} \right\} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 (a^{n-2})^{-1} =$$

3. Semplificare la seguente espressione :

$$\left\{ \frac{(x^{2n+1})^{n-1} : \left(\frac{1}{2}x^{n-1}\right) \cdot 2(x^{1-n})^{1+n}}{(x^{n-3})^{n+2} : x^{n-4}} - \frac{[3(x^{n+1})^n \cdot (x^{1-n})^{-3}]^2}{(x^{n-2-n})^3 : (x^{n-2})^{n+2} \cdot x^{11n-13}} - \frac{10(x^{n-1})^{n+1}}{2(x^{n+2})^{n-2}} \right\}^3 =$$

4. Utilizzando i prodotti notevoli, semplificare la seguente espressione:

$$(a^4x + 2b)(2b - a^4x) \cdot (4b^2 - a^8x^2) - 400(a^8x^2 - b^2)(b^2 + a^8x^2) - (a^8x^2 - 4b^2 - 1)(a^8x^2 - 4b^2 + 1) + \\ - \left[(4a^4x + 2b)^2 + (4b - 2a^4x)^2 \right] \cdot \left[(6b - 4a^4x)^2 - (4b - 6a^4x)^2 \right] =$$

5. Utilizzando i prodotti notevoli, semplificare la seguente espressione:

$$\left\{ -\left(3x^2 - \frac{1}{3}x\right)^3 - \left(\frac{1}{3}x - 3x^2\right)\left(x^3 + 9x^4 + \frac{1}{9}x^2\right) \right\} : (3x^2) + 3\left(3x^2 - \frac{1}{3}x - 1\right)\left(3x^2 - \frac{1}{3}x + 1\right) - 9x^2\left(3x^2 - \frac{1}{3}x\right) \cdot 3^{-1} =$$

6. Scomporre i seguenti polinomi:

$$243x^{8n}b^{15} - 3b^3; \quad 1 + 1/4x^{4n-2} + x^{2-4n};$$

1. Determinare M.C.D. ed m.c.m. dei monomi risultanti dalle tre seguenti espressioni:

A)

$$\left\{ -\left(-\frac{1}{5}x^3y^8z\right)\left(-\frac{5}{3}xy^3z^2\right) : \left[\frac{15}{4}x^2y^5z^8 : \left(-\frac{5}{2}xy^2z^3\right)^2\right] + \frac{3}{2}x^4y^{10}z^4 : \left(-\frac{3}{2}z\right)^3 + (x^5y^6 : x^3y)^2 \cdot 11z \right\} : (0.\bar{3}xy^2);$$

B)

$$\left\{ \left(-\frac{1}{2}x^{1-a}y^{2b} : 2^{-2}x^{a-2}y^{1-b}\right)^2 \cdot \left[-0.\bar{3}xa^{a-2}y^{3b-1} \cdot (x^{1-a}y^{2-b})^3\right] : (2^2x^{1-3a}y^{3b-1})^2 + \frac{25}{12}x^5y^5 \right\} \cdot \left[-(-12x^{2a+3}y^{b+1})^2 : (2x^{2a-4}y^{2b-5})^2\right] : \left(-\frac{3}{5}x^3y^{3-2b}\right);$$

C

$$\left\{ (2^{-5})^{-3} \cdot (2^{-2})^{-3} \right\} : \left[-(2^{-4})^4\right]^1 \cdot \left\{ [x^{a-1}y^3 \cdot (0.75x^{a-1}y^{b+4})] : \left[-\left(-\frac{1}{2}x^{a-5}\right)^2\right] \cdot (0.8x^2y^{b-1})^{-1} \right\} : (-0.\bar{6}x^3y^2)^2;$$

2. Semplificare la seguente espressione :

$$\left\{ \frac{\left[\left(\frac{1}{2}x^{n-3}\right)^2 \cdot (-0.\bar{6}x^{3-n})^2\right]^{-1} : \left(-\frac{1}{3}x^n\right)^{-3}}{(-3x^{-n})^{-2} + 2x^{2n} : (-3^2)} - 6x^n \right\} \cdot (-3)^{-2}(x^{n-2})^{-1} =$$

3. Semplificare la seguente espressione :

$$\left\{ \frac{(x^{n-1})^{2n+1} \cdot (2x^{1-n}) : \left[\frac{1}{2}(x^{n-1})^{n+1}\right]}{(x^{n+2})^{n-3} \cdot x^{4-n}} - \frac{\left[(x^n)^{n+1} \cdot (2x^{n-1})^3\right]^2}{(4x^{n^2-n})^3 \cdot (x^{2-n})^{2+n} : x^{13-11n}} - \frac{6(x^{2n-1})^{2n+1}}{(x^{2n+2})^{2n-2}} \right\}^4 =$$

4. Utilizzando i prodotti notevoli, semplificare la seguente espressione:

$$400(a+b^3)(-b^3+a)(b^6+a^2) + \left[(4a+2b^3)^2 + (4b^3-2a)^2\right] \cdot \left[(6b^3-4a)^2 - (4b^3-6a)^2\right] - (a+3b^3)(3b^3-a) \cdot (9b^6-a^2) + (a^2-9b^6-1)(a^2-9b^6+1) =$$

5. Utilizzando i prodotti notevoli, semplificare la seguente espressione:

$$\left\{ 3\left(\frac{1}{3}a - 3a^2 + 1\right)\left(\frac{1}{3}a - 3a^2 - 1\right) - \left[\left(3a^2 - \frac{1}{3}a\right)^3 + \left(\frac{1}{3}a - 3a^2\right)\left(a^3 + 9a^4 + \frac{1}{9}a^2\right)\right] : (3a^2) - 9a^3\left(3a - \frac{1}{3}\right) \right\} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) =$$

6. Scomporre i seguenti polinomi: $2x^{8n}b^{10} - 32b^6;$ $4+4b^{4n-6} + b^{6-4n};$

Interrogazione scritta di Geometria

- Dare la definizione di :
 - postulato;
 - figura concava;
 - angolo convesso;
 - segmenti consecutivi;
 - poligonale intrecciata;
 - rette parallele;
 - poligono;
 - punti simmetrici rispetto ad una retta r.
- Enunciare i postulati della retta.
- Enunciare il postulato di trasporto degli angoli.
- Enunciare e dimostrare il 1° criterio di congruenza dei triangoli.
- Enunciare e dimostrare il teorema inverso del triangolo isoscele
- E' dato il triangolo isoscele ABC di base AB; su AC e su BC si prendano rispettivamente i punti M,N (su AC) e P,Q (su BC) in modo che sia: AM=BP e CN=CQ.
Dopo aver provato la congruenza dei triangoli CMQ e CNP, si deduca la congruenza dei triangoli MON e POQ, essendo O l'intersezione dei segmenti MQ e PN.
- Dare la definizione di :
 - teorema;
 - angolo;
 - figura convessa;
 - segmenti adiacenti;
 - poligonale semplice
 - angoli adiacenti ;
 - figure congruenti;
 - punti simmetrici rispetto ad un punto M.

Enunciare il postulato di partizione del piano.
Enunciare il postulato di trasporto dei segmenti.
- Enunciare e dimostrare il 2° criterio di congruenza dei triangoli.
- Enunciare e dimostrare il teorema inverso del triangolo isoscele.
- E' dato il triangolo isoscele ABC di base AC; su AB e su BC si prendano rispettivamente i punti D,E (su AB) e F,G (su BC) in modo che sia: AD=CF e BE=BG.
Dopo aver provato la congruenza dei triangoli BGD e BEF, si deduca la congruenza dei triangoli EPD e FPG, essendo P l'intersezione dei segmenti EF e GD.

3°Compito in classe di Matematica

Ex.1

Mediante i prodotti notevoli semplificare la seguente espressione:

$$\left(\frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 1\right)^2 - \frac{1}{4}\left[(1-x^2)(1+x^2)(1+x^2+x^4)(1-x^2+x^4) - (2x^2-2)^2\right] + 16\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right)^3 +$$
$$-(x^6 - x^4 + x^2 - 1)(x^6 + x^4 + x^2 + 1) \cdot (-2)^{-2} =$$

Ex.2

Mediante il calcolo sintetico semplificare le seguenti espressioni:

a)

$$(1/2x + 4y - 2)^2(1/2x + 4y + 2)\left[(1/2x + 4y)^2 + 4\right] + (1/2x + 4y + 2)^2(1/2x + 4y - 2)\left[(1/2x + 4y)^2 + 4\right] +$$
$$- 2(1/2x + 4y)^5 =$$

(poni A =)

b)

$$(2x - 3y)(x^2y - 3y + 1) + (4x^2 - y^2 + 3y - 2x)(x^2y - 3y + 1) - (2x - y)(2x + y)(x^2y - 3y + 3) =$$

Ex.3

Scomporre i seguenti polinomi:

$$P_1 = 3a^2(b^3 - 1) - 12a(b^3 - 1) + 12b^3 - 12;$$

$$P_2 = 4a^2b^3 - 12ab^3 - a^2b + 3ab;$$

$$P_3 = 10x^3 + 5x^2y - 4x(2x + y) - 18x - 9y;$$

$$P_4 = 1/2x^9 - 1/2xy^8 - x^7y^2 + x^3y^6 =$$

$$P_5 = 36x^2y^2 - (9x^2 + y^2 - 1)^2 =$$

$$P_6 = x^2 + x - 6 - ax + 2a =$$

$$P_7 = (2x^2 + 11x + 5)^3 - 5(2x^2 + 11x + 5)^2;$$

Ex.4

Dato il triangolo ABC isoscele di base BC, siano BE e CD le sue bisettrici; si prolunghino tali bisettrici rispettivamente di due segmenti congruenti ES e DT. Detta O l'intersezione tra BE e CD, provare che:

- I triangoli BEC e BCD sono congruenti
- BT = CS
- I triangoli ABT ed ACS sono congruenti
- AO è bisettrice di BAC.

Ex.1

Mediante i prodotti notevoli semplificare la seguente espressione:

$$\left[(1-a^2)(1+a^2)(1+a^2+a^4)(1-a^2+a^4) \right] : \left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} - \frac{1}{4} \left[(2a^2-2)^3 - (a^6-a^4+a^2-1)(a^6+a^4+a^2+1) \right] +$$

$$- \left(\frac{1}{2}a^4 - 2a^2 + 1 \right)^2 - (a+1)^2(1-a)^2 =$$

Ex.2

Mediante il calcolo sintetico semplificare le seguenti espressioni:

a)

$$(1/3x + 2y - 1)^2(1/2x + 2y + 1) \left[(1/3x + 2y)^2 + 1 \right] + (1/3x + 2y + 1)^2(1/3x + 2y - 1) \left[(1/3x + 2y)^2 + 1 \right] +$$

$$- 2(1/3x + 2y)^5 =$$

(poni A=)

b)

$$(a-3b)(a^2b-2a+2) - (5a-2)(5a+2)(a^2b-2a+1) + (25a^2-4+3b-a)(a^2b-2a+2) =$$

Ex.3

Scomporre i seguenti polinomi:

$$P_1 = 4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - 16)^2$$

$$P_2 = 1/2a^9 - 1/2ab^8 - a^7b^2 + a^3b^6;$$

$$P_3 = 2b^2(27a^3 - 1) - 4b(27a^3 - 1) + 54a^3 - 2 =$$

$$P_4 = 9a^3 + 18a^2b + 4a(a+2b) - 5a - 10b$$

$$P_5 = 4x^2y^3 - 20xy^3 - x^2y + 5xy =$$

$$P_6 = a^2 - a - 12 + ax - 4x$$

$$P_7 = 2(3x^2 + 7x + 2)^2 - (3x^2 + 7x + 2)^3;$$

Ex.4

Dato il triangolo ABC isoscele di base AB, siano AM e BN le sue mediane; si prolunghino tali mediane rispettivamente di due segmenti congruenti MP e NQ. Detta O l'intersezione tra BN ed AM, provare che:

- I triangoli ABM e ABN sono congruenti
- BP = AQ
- I triangoli AQC ed BPC sono congruenti
- CO è bisettrice di ACB.

4° Compito in classe di Matematica

Ex.1

Scomporre i seguenti polinomi:

$$P_1 : \frac{3}{2}a^2 + \frac{1}{6}b^2 - ab + a - \frac{1}{3}b + \frac{1}{6};$$

$$P_2 : 64a^3 - b^3 - 16a^2x - 4abx - b^2x$$

$$P_3 : \frac{1}{27}a^8 - \frac{26}{27}a^5 - a^2$$

$$P_4 : 4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - 1)^2$$

$$P_5 : \frac{1}{64}a^6 - \frac{3}{16}a^4b^{4n} + \frac{3}{4}a^2b^{8n} - b^{12n} \qquad P_6 : (a^2 - 4)^2 - (a^3 - 4a) - 2a^2 + 8$$

Ex.2

Mediante il calcolo sintetico semplificare le seguenti espressioni:

A)

$$\frac{1}{3}(a+2b+1)^3 + (a+2b+1)(a+2b-2)^2 - \frac{1}{3}(a+2b-2)^3 - (a+2b-2)(a+2b+1)^2$$

B)

$$(2a^2 + 2b^2 - 2)^2 + (a^2 + b^2 + a + 2)^2 - (2a^2 - 3b^2 + 2)^2 - (3a^2 - 2b^2 - a - 2)^2 + 2(2a-b)(2a+b)(a-2b)(a+2b) - 2a(4a^2 - b^2)$$

C)

$$2(a+3b-b^2)^2 \cdot \left\{ (b^2 - a - 3b)^2 \cdot [2 - a(a+3b-b^2)] + a[(a+3b)(a+3b-b^2)^2 - b^2(3b+a-b^2)^2] \right\} + (a+3b-b^2-1)^2(a+3b-b^2)^3 - (a+3b-b^2+1)^2(a+3b-b^2)^3$$

Ex.3

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{3a^4 + 3b^4 - 6a^2b^2}{6a^6 - 6b^6}; \qquad \frac{a^4 - 16b^4 + 2ab(a^2 - 4b^2)}{a^3b - 8b^4}; \qquad \frac{3a^2 + 2a - 1 - 3ax + x}{3a^2 + 6x - 3 - 3x^2};$$

Ex.4

Dato il triangolo ABC si prolunghi la mediana AM di un segmento MD uguale a se stessa; provare che i triangoli ABC e BCD sono congruenti e dedurre quindi che A e D equidistano dalla retta BC.

Ex.1

Scomporre i seguenti polinomi:

$$P_1 : \frac{1}{4}x^2 + y^2 - 2x + 4 + 4y - xy; \qquad P_2 : 8x^3 - 27y^3 - 4ax^2 - 6axy - 9ay^2$$

$$P_3 : \frac{1}{8}x^7 + \frac{7}{8}x^4 - x \qquad P_4 : 4x^2 - (x^2 - y^2 + 1)^2$$

$$P_5 : \frac{1}{12}x^{12n} - x^{8n}y^2 + 4x^{4n}y^4 - \frac{16}{3}y^6 \qquad P_6 : (x^2 - 1)^2 - (3x^2 - 3) + 3x^3 - 3x$$

Ex.2

Mediante il calcolo sintetico semplificare le seguenti espressioni:

A)

$$\frac{1}{3}(2x-y-2)^3 + (2x-y+1)^2(2x-y-2) - \frac{1}{3}(2x-y+1)^3 - (2x-y+1)(2x-y-2)^2$$

B)

$$(3x^2 - 2y^2 - x - 1)^2 + (2x^2 - 3y^2 + 1)^2 - (2x^2 + 2y^2 - 1)^2 - (x^2 + y^2 + x + 1)^2 + -2(2x-y)(2x+y)(x-2y)(x+2y) + 2x(4x^2 - y^2)$$

C)

$$(2x + y - x^2)^3 \cdot (2x + y - x^2 - 2)^2 - (2x + y - x^2)^3 \cdot (2x + y - x^2 + 2)^2 + \\ + 2 \left\{ (x^2 - 2x - y)^4 \cdot [4 - x(2x + y - x^2)] + x[(2x + y)(2x + y - x^2)^4 - x^2(2x + y - x^2)^4] \right\}$$

Ex.3

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{4x^6 - 4y^6}{2x^4 + 2y^4 - 4x^2y^2}; \quad \frac{x^4 - 27xy^3}{x^4 - 81y^4 + 3xy(x^2 - 9y^2)}; \quad \frac{2x^2 - x - 1 - 2ax - a}{2x^2 - 2 - 4ax + 2a^2};$$

Ex.4

Prolungata la mediana CM del triangolo ABC di un segmento MN uguale a se stessa, si provi che i triangoli ABC ed ABN sono congruenti e dedurre quindi che i punti C ed N equidistano dalla retta AB.

5° Compito in classe di Matematica

Ex.1

Esegui la seguente divisione e verificarla:

$$(1.5a^2 - 0.5a^4 + a^5 + 1 - 4.25a) : \left(a^3 + \frac{1}{2} - 2a \right)$$

Ex.2

Mediante il calcolo sintetico semplificare la seguente espressione:

$$(3y^3 - 2y^2 - y)^7 - \frac{1}{16}(3y^3 - 2y^2 - y)^3 [6y^3 - 4y^2 - 2y - 1] \cdot [2(3y^3 - 2y^2 - y) + 1] \cdot [4(y + 2y^2 - 3y^3)^2 + 1] + \\ - (3y^3 - 2y^2 - y)^3 : 16 =$$

Ex. 4

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{a(a^2 - 4b^2) + 3a^2 + 6ab}{2a^3 - 18a + 8ab^2 - 8a^2b}; \quad \frac{x^4 - 9x^3y + 27x^2y^2 - 27xy^3}{(x^2 - 3xy)^2 - 2xy(x^2 - 6xy + 9y^2)};$$

Ex.2

Semplificare la seguente espressione:

$$\left(\frac{1}{x^3 + 2x^2 - 3x} - \frac{2x + 2}{3x^2 - 3x} + \frac{5x + 5}{3x^2 + 6x - 9} - \frac{x + 1}{x^2 + 3x} \right) : \left(\frac{x + 4}{x^2 + 9x + 18} - \frac{x - 3}{x^2 + 5x - 6} + \frac{x^2 + 2x - 11}{x^3 - 18 + 9x + 8x^2} \right) + \\ - \frac{1 - 2x}{x - 1} =$$

Semplificare la seguente espressione:

$$\left(\frac{2}{x} - \frac{x + 1}{x^2} + \frac{x^2 - 1}{x^3} \right) : \left(\frac{1}{x - 1} + \frac{(x + 2)}{x^2 - 2x + 1} - \frac{2x^2 - x - 2}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} \right) = \\ \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{x} \right)^2 \left(2 + \frac{1}{2x} - \frac{3}{2x + 4} \right) (x - 1)^2}{}$$

Ex.7

Dimostrare che, tracciate nel triangolo isoscele ABC di base BC le due altezze BH e CK, il segmento HK risulta parallelo alla base BC.

Ex.1

Esegui nel modo più opportuno la seguente divisione e verificarla:

$$(2.5x^2 - 5x^3 + x^5 - 0.5 + 3.25x) : \left(x^3 + \frac{1}{2} - 2x^2 \right)$$

Ex.3

Mediante il calcolo sintetico semplificare le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & (-2x^3 + x^2 - x)^3 - \frac{1}{16}(2x^3 - x^2 + x)^3(2x^3 - x^2 + x + 2)[x(2x^2 - x + 1) - 2] \cdot [(x^2 - 2x^3 - x)^2 + 4] + \\ & - (2x^3 - x^2 + x)^7 : 16 = \end{aligned}$$

Ex.4

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{3ab(4a^2 - 4ab + b^2) - (2ab - b^2)^2}{8a^3b - 12a^2b + 6ab^3 - b^4}; \quad \frac{2a^2b - 12ab^2 - 8b + 18b^3}{a^2b - 9b^3 - 2ab - 6b^2};$$

Ex.5

Semplificare la seguente espressione:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2 + 2a - 11}{a^3 + 8a^2 + 9a - 18} - \frac{a - 3}{a^2 + 5a - 6} + \frac{a + 4}{a^2 + 9a + 18} \right) : \left(\frac{2a + 2}{3a^2 - 3a} + \frac{a + 1}{a^2 + 3a} - \frac{5a + 5}{3a^2 + 6a - 9} - \frac{1}{a^3 + 2a^2 - 3a} \right) + \\ & - \frac{3a - 1}{3} = \end{aligned}$$

Ex.6

Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{\left(1 - \frac{1}{a}\right)^2 \left(2 + \frac{1}{2a} - \frac{3}{2a + 4}\right) (a - 1)^2}{\left(\frac{2}{a} - \frac{a + 1}{a^2} + \frac{a^2 - 1}{a^3}\right) : \left(\frac{1}{a - 1} + \frac{(a + 2)}{a^2 - 2a + 1} - \frac{2a^2 - a - 2}{a^3 - 3a^2 + 3a - 1}\right)} =$$

Ex.7

Dimostrare che, tracciate nel triangolo isoscele ABC di base AB le due bisettrici AD e BF, il segmento DF risulta parallelo alla base AB.

Interrogazione scritta sulla scomposizione

$$P_1 = \frac{1}{6}a^8 + \frac{13}{3}a^5 - \frac{9}{2}a^2 =$$

$$P_2 = a^9 - 54a^6 + 729a^3 =$$

$$P_3 = x^2 - ax + 2x + 2a - 8 =$$

$$P_4 = 2a^3x^2 - \frac{1}{2}a^3 - 16x^2 + 4 =$$

$$P_5 = \frac{1}{3}x^2y + 3y^3 + \frac{1}{3}y + 2xy^2 - \frac{2}{3}xy - 2y^2 =$$

$$P_6 = 2x^3 + 6 - 11x - 3x^2 =$$

$$P_7 = 2a^4 - 6a^3b^2 + 6a^2b^4 - 2ab^6 =$$

$$P_8 = 16a^{12} + \frac{1}{2}a^2 =$$

$$P_9 = 3a^2x + 2ax - x + 3a^2y + 2ay - y =$$

$$P_{10} = a^3 - ab^2 - a^2 - 2ab - b^2 =$$

$$P_{11} = 3a(a + 2b)^2 - 6a(a^2 - 4b^2) + 9(a^3 + 2a^2b) =$$

$$P_{12} = 4a^2 - x^2 + 12ab + 2x - 1 + 9b^2 =$$

$$P_1 = 16a^3x^2 - 64a^3 + 2x^2 - 8 =$$

$$P_2 = x^4 + y^4 + ax^2 - ay^2 - 2x^2y^2 =$$

$$P_3 = 3x^7 - 9x^5y + 9x^3y^2 - 3xy^3 =$$

$$P_4 = 2x^3 + 6 - 13x + x^2 =$$

$$P_5 = \frac{3}{14}x^7 - \frac{3}{2}x^4 - \frac{12}{7}x =$$

$$P_6 = 128x^9 - 32x^6 + 2x^3 =$$

$$P_7 = a^2 - ax + a + 3x - 12 =$$

$$P_8 = 2x^3 + \frac{1}{2}xy^2 + \frac{9}{2}x + 2x^2y - 6x^2 - 3xy =$$

$$P_9 = (a^2 + 3ab)^2 + b^2(a^2 + 6ab + 9b^2) - (a^2 - 9b^2)^2 = \quad P_{10} = 9x^2 - a^2 + 4ab - 6x + 1 - 4b^2 =$$

$$P_{11} = \frac{1}{2}x^{13} - 16x^3 = \quad P_{12} = 5ax^2 + 6ax + a + 5bx^2 + 6bx + b =$$

6° Compito in classe di Matematica

Ex.1

Semplificare la seguente espressione:

$$\left\{ \left[x : \left(1 + \frac{1}{x-1} \right) + (x+2) : \left(1 + \frac{1}{1+x} \right) \right] : \frac{3x+x^2}{x-1} - \frac{x-1}{3-x} \right\} : \frac{1-2x+x^2}{9-x^2} =$$

Ex.2

Semplificare la seguente espressione:

$$\left(\frac{x^2}{ax+1} - \frac{x^2}{ax-1} + \frac{1}{a^2-1} \right) : \frac{a^2x^2 - 2x^2 + 1}{a^2x - ax + a - 1} + \frac{1}{a^2x + ax - a - 1} =$$

Ex.3

Semplificare la seguente espressione:

$$\left[\frac{x^2 - 3x + 9}{3x - 6} \left(\frac{x^2 + 3}{x^3 + 27} - \frac{1}{x+3} \right) - \frac{2}{2+x} \right] : \frac{1 + \frac{4}{x}}{1 - \frac{4}{x^2}} - \frac{2}{3x + x^2} =$$

Ex.4

Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{4}{a^{2n} - a^n - 2} : \left(\frac{1}{a^{2n} - 3a^n + 2} + \frac{1}{a^{2n} - a^n - 2} - \frac{2a^m}{a^m - a^{2n+m}} \right)$$

$$\frac{a^n + 1}{2 - 2a^n} : \left(\frac{2a^{2n} - 3a^n + 1}{a^{3n} - 3a^{2n} + 3a^n - 1} - \frac{a^n}{a^{2n} - 2a^n + 1} - \frac{a^{n+m}}{a^m - a^{n+m}} \right) =$$

Ex.5

Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{1}{x^3 + 4x^2 + x - 6} - \frac{1}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6} - \left(\frac{-10}{x-3} - \frac{60}{9-x^2} \right) =$$

$$\frac{1}{(x^4 - 5x^2 + 4)^{-1}} =$$

Ex.6

Dato il triangolo isoscele ABC di base AB, da un punto P qualsiasi di AB si conducano rispettivamente la perpendicolare PQ ad AC e la parallela PM ad AC. Provare che PM è mediana del triangolo PBQ.

Ex.1

Semplificare la seguente espressione:

$$\left\{ \left(\frac{a^2}{ax+1} - \frac{a^2}{ax-1} + \frac{1}{x^2-1} \right) : \frac{a^2x^2 - 2a^2 + 1}{ax^2 - ax + x - 1} + \frac{1}{ax^2 + ax - x - 1} + 1 \right\} :$$

$$\left\{ \left(\frac{1}{2ax - 2x + 3a - 3} + \frac{1}{2ax - 2x - 3a + 3} \right) : \frac{x}{4x^2 - 9} - \frac{3a + 5}{a^2 - 1} \right\} =$$

Ex.2

Semplificare la seguente espressione:

$$\left[\frac{y^2 - 3y + 9}{3y - 6} \left(\frac{y^2 + 3}{y^3 + 27} - \frac{1}{y + 3} \right) - \frac{2}{2 + y} \right] : \frac{1 + \frac{4}{y}}{1 - \frac{4}{y^2}} - \frac{2}{3y + y^2}$$

$$\left\{ y : \left(1 + \frac{1}{y - 1} \right) + (y + 2) : \left(1 + \frac{1}{1 + y} \right) \right\} : \frac{3y + y^2}{y - 1} - \frac{y - 1}{3 - y} \left\{ \frac{1 - 2y + y^2}{9 - y^2} \right\}$$

Ex.3

Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{3}{2x^{2n} + x^n - 1} : \left(\frac{1}{2x^{2n} - 3x^n + 1} + \frac{1}{2x^{2n} + x^n - 1} + \frac{x^m}{x^m - x^{2n+m}} \right)$$

$$\frac{6x^n + 6}{1 - x^n} : \left(\frac{2x^{2n} - 3x^n + 1}{x^{3n} - 3x^{2n} + 3x^n - 1} - \frac{x^n}{x^{2n} - 2x^n + 1} - \frac{x^{n+m}}{x^m - x^{n+m}} \right) =$$

Ex.4

Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 21x + 10}{1 - x^2} \cdot \frac{2x^2 + 4x + 2}{x^3 - 2x^2 + 2x + 5} - \left(\frac{1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{3}{2 - x - x^2} \right) =$$

$$\frac{1}{(x^4 - 5x^2 + 4)}$$

Ex.5

Dato il triangolo isoscele ABC di base AB, da un punto T qualsiasi di AB si conduca la perpendicolare ad AB sino ad incontrare in P e Q le rette dei lati AC e BC. Provare che CPQ è isoscele e che, detto M il punto medio di PQ, il segmento CM è parallelo ad AB.

7° Compito in classe di Matematica

Ex.1

Semplificare la seguente espressione:

$$\left(\frac{\frac{a^2 + 8}{a^3 - 8} + \frac{1}{2 - a}}{\frac{2a - 4}{8 - a^3}} + \frac{\left(\frac{a - 1}{a + 1} - \frac{2}{1 - a} \right) : \frac{9 - a^4}{a^3 + 1} + \frac{a}{a^3 - a^2 - 3a + 3}}{\frac{3 - 2a - a^2}{3a^2 - a^3 + 3a - 9}} \right) \cdot (a + 3) =$$

Ex.2

Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{2x - \frac{1 - 2^{-1}}{2^{-1} - 3^{-1}}}{0.8\bar{3} - 6^{-2} : 6^{-1}} + \frac{27(x - 0.\bar{3})^3 - 27(-x)^2(x - 1) + 10}{3^3 \cdot (3^{-1})^{-2} : [(3^{-1})^{-3}]} = \frac{2(1 - x)(x + 1) - (-2)^{-1}(3 - 2x)^2}{2^7 : \left\{ \frac{(-12)^6 : [12^3 : 12^4]}{6^7} \right\}}$$

Ex.3

Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{\frac{4 - x^2}{4 - x} - x}{1 + \frac{5}{x - 4}} - \frac{1}{1 - \frac{2 + x}{x + 1}} \cdot (x + 1)^{-1} = \frac{5 - \frac{3}{1 - x}}{\frac{x^2 + 2}{x - 1} - x}$$

Ex.4

Risolvere la seguente equazione:

$$\left(\frac{x}{\frac{2}{1+x} - 2} - \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x+1}} \right) \frac{3x+1}{3x^3+x^2} \left(\frac{x^3}{x+1} - x^2 \right) = \frac{2x-3}{5x-2}$$

Ex.5

Dato il parallelogrammo ABCD, si prolunghi la diagonale BD di due segmenti congruenti BM = DN e siano rispettivamente P e Q le proiezioni ortogonali di B e D sulla diagonale AC. Provare che MPNQ è un parallelogrammo. Si prolunghino poi DC del segmento CR = BC e DA del segmento AS = AB; posto l'angolo DAC = α , calcolare in funzione di α il valore degli angoli ABS e CBR per concludere che i punti R, B, S sono allineati

Ex.1

Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{\left(\frac{a^2-2}{a^3} - \frac{a+1}{a^2} + \frac{1}{a} \right) : \left(\frac{a^2-4}{a^3-4a^2+5a-2} + \frac{1}{a-1} - \frac{2a^2-a-2}{a^3-3a^2+3a-1} \right)}{\left(1 - \frac{3}{2a+4} - \frac{1}{2a} \right) \cdot \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2} =$$

Ex.2

Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{(x-1)(x^2+x+1) - (x-0.3)^3 - (x-0.6)(x+0.6) + \frac{5}{27}}{(-3)^3 : (-3)^4} - \frac{3x - \frac{6^{-11}}{6^{-12}}}{5 - \frac{0.5}{2^{-1} - 3^{-1}}} = \frac{(x^2-x+1)^2 - x^2[(x-1)(x-3)+2x]}{2^5 : (2^2 \cdot 2^{10} : 2^8)},$$

Ex.3

Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{x - \frac{x^2-4}{x+4}}{1 - \frac{5}{x+4}} + \frac{1}{1 + \frac{2-x}{x-1}} \cdot (x-1)^{-1} = \frac{5 - \frac{3}{x+1}}{x - \frac{x^2+2}{x+1}}$$

Ex.4

Risolvere la seguente equazione:

$$\left(\frac{x}{2 - \frac{2}{1-x}} - \frac{1}{1 - \frac{x+1}{x-1}} \right) \frac{3x-1}{3x^3-x^2} \left(\frac{x^3}{x-1} - x^2 \right) = \frac{2x+3}{5x+2}$$

Ex.5

Dato il parallelogrammo ABCD, si prendano sulla diagonale AC 2 segmenti congruenti AE e CF; siano poi M ed N le proiezioni su BD rispettivamente di A e C. Provare che MENF è un parallelogrammo. Siano poi R ed S rispettivamente le proiezioni ortogonali di M su AB e di N su DC. Provare che ARCS è anch' esso un parallelogrammo.

8° Compito in classe di Matematica

Risolvere e discutere le seguenti equazioni letterali:

Ex.1

$$\frac{(a+2)(a-1)^2 x}{a^3+1} - [(a+2)x-1] \cdot \left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a^2+a} \right) = \frac{a-1}{a^2-a+1}$$

Ex.2

$$\frac{9a^2}{a^2+a-2} - (x+2a^2) \left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+2} \right) = \frac{4(x+4a)}{a^3+2a^2-a-2} - (x-a^2) \left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+2} \right)$$

$$\text{Ex.3} \quad \frac{1}{a+b} \left[(a-b)(x-2) + 2 \frac{(2x-1)}{\frac{1}{a+b}} - (3a+8)x \right] = 2 \frac{b-3}{a+b} (x-2) + x$$

Ex.4

Provare che un parallelogrammo con le due altezze uscenti dallo stesso vertice tra di loro congruenti è un rombo.
Provare che, in tal caso, la congiungente i piedi delle altezze è parallela ad una diagonale del rombo stesso.

Ex.5

Nel parallelogrammo ABCD sia E il punto medio del lato BC.

- Prolungato AE di un segmento EF = AE provare che D,C,F sono allineati.
- Tracciata dal punto medio M del lato DC una parallela ad AD che incontri rispettivamente in R e S i segmenti AC ed AE, provare che AD = 4RS

Risolvere e discutere le seguenti equazioni letterali:

Ex.1

$$\frac{a+1}{a^2+a+1} - [(a-2)x+1] \cdot \left(\frac{1}{a^2-a} + \frac{1}{a-1} \right) + \frac{(a-2)(a+1)^2 x}{a^3-1} = 0$$

Ex.2

$$\frac{2(x+3a)}{a^3+2a^2-a-2} - (x+3a^2) \left(\frac{1}{a+2} - \frac{1}{a-1} \right) = \frac{12a^2}{a^2+a-2} - (x-a^2) \left(\frac{1}{a+2} - \frac{1}{a+1} \right)$$

Ex.3

$$\frac{1}{a-b} \left[(a+b)(x-1) + 2 \frac{(x+1)}{\frac{1}{a-b}} - (3a-4b)x \right] = 2 \frac{b-1}{a-b} (x-1) - x$$

Ex.4

- Provare che un parallelogrammo con le due altezze uscenti dallo stesso vertice tra di loro congruenti è un rombo.
- Provare che, in tal caso, la congiungente i piedi delle altezze è parallela ad una diagonale del rombo stesso.

Ex.5

Nel parallelogrammo ABCD sia M il punto medio del lato BC.

- Prolungato AM di un segmento MN = AM, provare che D,C,N sono allineati.
- Tracciata dal punto medio E del lato DC una parallela ad AD che incontri rispettivamente in H e G i segmenti AC ed AM, provare che AD = 4HG.

Interrogazione scritta di Matematica

1. Calcola : $(-2)^5 : (-2)^3 \cdot (-2^2) + (3^2)^3 \cdot 9^2 : (-3^3)^2 =$

2. Stabilisci se le due seguenti affermazioni sono vere o false:

$$3^4 \cdot [(-3)^3]^n > 0 \quad \text{solo se } n \text{ è pari;}$$

V / F

$$5^3 \cdot 3^n = 0 \quad \text{se } n = 0$$

V / F

3. Nella famiglia di Sara 2 persone mangiano il gelato solo se è al gusto di fragola, 4 solo se è al gusto di cioccolato o di vaniglia e 1 non gradisce il gelato. Quanti sono i componenti della famiglia ?

4. Se due monomi sono simili hanno ugual grado? E se hanno ugual grado sono simili?

5. Somma algebrica di più monomi e riduzione a termini simili di una somma algebrica di monomi sono la stessa cosa?

6. Semplifica:

$$\left[a^2 b^3 + b(ab)^2 \right]^2 : (2ab)^2 + a^{10} b^6 : \left[(-a^2)^4 \cdot b^6 \right] \cdot (-b^2)^2 =$$

$$\left\{ (3x^3 y^2)^n + [(-xy)^2 \cdot 3x]^n \right\}^m : \left[(3x^2 y)^m \right]^n =$$

7. Verifica la seguente uguaglianza:

$$(-2a^n)^3 \cdot (12a^n b^{5n})^2 : (24^2 a^{3n} b^{5n}) = -8(a^5 b^8)^n : \left\{ 4(-ab^2(-a^2b))^n \right\}$$

8. Semplifica:

$$(a^{m+3})^{m+n} : (a^{2m+1})^{m+n} \cdot a^{n(m-2)} \cdot [a^m]^{m-2} =$$

9. Scomponi i seguenti polinomi:

$$x^2 + 6x + 5 + ax^2 - 25a; \quad x^3 - 9x^2 + 26x - 24;$$

$$\frac{1}{3}x^4 - 9xy^6 - 2x^3y + 54y^7; \quad 4x^4 - 37x^2 + 9;$$

10. Semplifica la seguente frazione algebrica:

$$\frac{(abx^2 + 10abx + 25ab)(2a^2 - b^2 - ab)}{(x^3 - 2x^2 - 15x)(4a^3 - ab^2)}$$

11. Perché è possibile eliminare i denominatori presenti nei coefficienti di alcuni termini di un'equazione?

12. Le equazioni $\frac{3x+a}{x^2-1} = 2x$ e $3x+a = 2x(x^2-1)$ sono equivalenti? Perché?

13. Per quale valore di k l'equazione $\frac{x+3-k}{5} = x + \frac{1}{2}$ ammette come soluzione $x = \frac{1}{4}$?

14. Per quale valore di k le due divisioni $(x^3 - kx^2 + x - 2k) : (x+1)$ e $[(x-1)^2 + 5k(x+2) + kx + 1] : (x+1)$ hanno ugual resto?

15. Risolvi l'equazione: $\frac{3 - \frac{1-x}{1+x}}{2 + \frac{1}{4+4x}} = 2 - \frac{1}{x}$

16. Discuti la seguente equazione letterale: $\frac{(a^2 - 2ab)(a+b-3)x - (2a^2 - 4ab)(a-b+1)}{(ax - 2bx)(x+2)} = 0$

17. Risolvi il seguente sistema utilizzando i 2 differenti metodi studiati:

$$\begin{cases} 10x - 9y = -2 \\ 4x + 6y = 3 \end{cases}$$

1. Calcola: $(-3)^5 : (-3)^3 \cdot (-3^2) + (2^2)^3 \cdot 4^2 : (-2^3)^2 =$

2. Stabilisci se le due seguenti affermazioni sono vere o false:

$$- [(-2)^3]^n > 0 \text{ solo se } n \text{ è dispari};$$

V / F

$$2^4 \cdot 2^n = 0 \text{ se } n = 0$$

V / F

3. Delle 7 amiche di Sara, tutte assidue lettrici, 5 leggono romanzi d'avventura e 4 romanzi d'amore. Quante amiche leggono sia romanzi d'avventura che d'amore? Quante non leggono romanzi d'amore?

4. Due monomi di ugual grado con coefficienti opposti sono opposti? E se sono opposti sono di ugual grado?

5. Differenza di più monomi e riduzione a termini simili di una differenza di monomi sono la stessa cosa?

6. Semplifica: $[(-a^3)^3]^2 \cdot (-b^5)^2 : \left[(-2a^3b)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}a^3b^2 \right)^2 \right] =$

$$- \left\{ - (3ab^n)^2 + a^2 [(-3b^n)^2] \right\}^2 + \left(-\frac{1}{2}a^{3n} \right)^2 : \left(\frac{1}{2}a^5 \right)^n =$$

7. Verifica la seguente uguaglianza:

$$(a^8b^3)^n : \left[4(a^3b)^n \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^2 (ab^2)^n \right] = [a^3 \cdot (-a)^2]^n (-a^n) (ab^3)^n : \{ a^2 (a^2b)^3 \}^n$$

8. Semplifica:

$$(4x^{2n+3})^2 \cdot (x^2)^{n+3} : (x^3)^{n+3} : [(x^{n+1})^{n+2} : (x^{2n})^n \cdot (2x^{n^2+1})] =$$

9. Scomponi i seguenti polinomi:

$$x^2 - 6x + 8 + ax^2 - 16a; \quad x^3 - 5x^2 + 7x - 3;$$

$$\frac{1}{4}x^7 - 2xy^3 - 3x^6y + 24y^4; \quad 9a^4 - 37a^2 + 4;$$

10. Semplifica la seguente frazione algebrica:

$$\frac{(xya^2 + 8axy + 16xy)(3x^2 - y^2 - 2xy)}{(a^3 - 2a^2 - 8a)(9x^3 - xy^2)}$$

11. Perché è possibile spostare alcuni termini presenti in un'equazione da un membro all'altro cambiando il loro segno?

12. Le equazioni $\frac{x-4a}{x^2-9} = 3x$ e $x-4a = 3x(x^2-9)$ sono equivalenti? Perché?

13. Per quale valore di k l'equazione $2x+k-3(x-2k) = 5(x-k)+6$ ammette come soluzione $x=3$?

14. Per quale valore di k le due divisioni $(x^3+kx^2-x+2k):(x-1)$ e $[(x+1)^2-5k(x-2)-kx+1]:(x-1)$ hanno ugual resto?

15. Risolvi l'equazione:

$$\frac{3-\frac{1+x}{1-x}}{2+\frac{1}{4-4x}} = 2 + \frac{1}{x}$$

16. Discuti la seguente equazione letterale:

$$\frac{(a^2-3ab)(a-b+2)x - (2a^2-6ab)(a+b-1)}{(ax-3bx)(x-2)} = 0$$

17. Risolvi il seguente sistema utilizzando i 2 differenti metodi studiati:

$$\begin{cases} 12x - 5y = -3 \\ 8x + 15y = -2 \end{cases}$$

9° Compito in classe di Matematica

Ex.1

Risolvere e discutere:

$$\frac{a+b-4ax}{a^2-b^2} - \frac{(a-b)(2x-1)-4x+2}{(a^2-ab)(2x-1)} = \frac{a+3b}{a^2+ab} \cdot x$$

Ex.2

Risolvere e discutere:

$$\begin{cases} \frac{ax}{2-a} + \frac{(2-a)y}{a+2} + \frac{2a(a^2+4)}{a^2-4} = 0 \\ \frac{ax^2+2axy-3ax}{x+2y-3} = (a+2)(2a-y) \end{cases}$$

Ex.3

Risolvere e discutere:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2y-z} = \frac{3}{4} \\ \frac{3x-3}{z-y} = -1 \\ \frac{x-2}{2x-2y+z} - \frac{1}{4} = 0 \end{cases}$$

Ex.4

Date due circonferenze tangenti esternamente in T e di centri O_1 e O_2 , sia AB un'altra tangente comune che incontra in M la tangente in T. Tracciata dal punto M la perpendicolare ad AB che taglia in P la retta dei centri, provare che:

- M è punto medio di AB
- O_1MO_2 è retto.
- P è punto medio di O_1O_2 e, quindi, PM è la semisomma dei raggi.

Ex.5

Da un punto esterno B ad una circonferenza di centro O si conduca la tangente BT e sia H la proiezione di T sul raggio OA individuato dalla retta OB. Provare che AT è bisettrice di HTB.

Ex.1

Risolvere e discutere:

$$\frac{2}{a^2 - b^2} \cdot (a - b - 2ax) - \frac{a - 3b}{a^2 - ab} = \frac{(2a + b)(2x + 1) - 2x - 1}{(a^2 + ab)(2x + 1)}$$

Ex.2

Risolvere e discutere:

$$\begin{cases} \frac{(a+2)x}{a-2} + \frac{ay}{a+2} = \frac{2a(a^2+4)}{4-a^2} \\ \frac{ay^2 + 2axy - 4ax}{2x + y - 4} + (a-2)(x+2a) \end{cases}$$

Ex.3

Risolvere e discutere:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{y-2z} = \frac{1}{3} \\ \frac{x+1}{y-z} = \frac{3}{2} \\ \frac{2x-4}{x-y+z} - 1 = 0 \end{cases}$$

Ex.4

Sono date due circonferenze di centri A e B, tangenti esternamente in T e sia DE una seconda tangente comune che incontra in M la tangente in T. Tracciata dal punto M la perpendicolare a DE che taglia in C la retta dei centri, provare che:

- M è punto medio di DE
- AMB è retto.
- C è punto medio di AB e, quindi, MC è la semisomma dei raggi.

Ex.5

Da un punto esterno A ad una circonferenza di centro O si conduca la tangente AB e sia C la proiezione di B sul raggio OD individuato dalla retta OA. Provare che BD è bisettrice di ABC.