

## **Compiti estivi di MATEMATICA A.S. 2009/2010**

### **Classi 2°D – 2°E SCIENTIFICO**

#### **Dal testo di ALGEBRA :**

#### **Equazioni di 2° grado frazionarie e con moduli- relazioni tra radici e coefficienti- regola di Cartesio:**

pag. 542 es.n° 22-4 ; pag. 543 es.n°12-15-16-21; pag. 560es. n° 51  
pag. 562 es. n° 61 ; pag. 563 es. n° 66.

#### **Calcolo con i radicali:**

pag. 503 es n° 7-9-10 ;pag 504es n° 17-19-27-31 ;pag. 507 es n° 40 -41-42-45-49-50

#### **Equazioni di grado superiore al secondo:**

pag. 572 es. n° 25 -26 ; pag 575 es n° 46-47 ; pag. 576 es n° 66 ; pag. 580 es. n° 6-7-8 -9-10;  
pag.583 es n°43-44- 51;pag 585 n° 14.

#### **Disequazioni frazionarie e con moduli e sistemi di disequazioni:**

pag. 593 es. n° 14-16-17-21; pag.595 es. n° 42; pag.599 es. n° 31-32-33-8-9-10-12-18 ;  
pag.600 es.n° dal 19 al 26. pag.603 es.n° 34-35; pag 605 es.n° 30-31-32.

#### **Equazioni irrazionali:**

pag. 618 es. dal 72 al 75 e 80- 81-82 ; pag. 619 es n° 91-94-96-102 ; pag. 621 es. n° 129-130-133

#### **Sistemi di equazioni di grado superiore al primo :**

pag. 626 es.n° 17-18-19-20 ; pag. 628 es. n° 38-39-40 ; pag. 630 es. n° 58-59-60-61 ; pag. 632 es.  
n° 21-22 ; pag.633es. n° 34-35 ; pag. 634 es. n° 44-46 ; pag. 636 es. n° 64-66; pag 639 es n° 24-25-  
2-3 ; pag 640 es n° 8-9-10.

#### **Problemi di geometria con l'applicazione dell'algebra:**

pag. 656 es. n° 23-26-28 ; pag. 657 es. n° 36-39 ; pag.658 es. n° 40-41 ; pag. 659 es n° 47-50 ; pag  
660 es.n°54-55-56; pag. 652:tutti.

10/06/2010

L'insegnante:\_\_\_\_\_

## COMPITI IN CLASSE:

### II E Preparazione al compito in classe

1) Risolvere e discutere:

$$\frac{(2a+1)(x+1)}{(x+2a)(x-1)} - \frac{(2a+1)x}{x-1} = \frac{(2a-1)(x+1)}{x+2a} + \frac{2a+1}{x-1}$$

2) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni:

$$\text{a) } \begin{cases} 1 + \frac{x-3}{x+y} = -\frac{5}{7x+7y} \\ x^2 - \frac{5}{2} = (y-1) \cdot (x+1) \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{4+y-z}{x+z} = 2 \\ \frac{2}{2x+3y-z} = 1 \\ 4x^2 + 2y^2 - 9z^2 = -3 \end{cases}$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{8x^2+3x}{x^2-1} - \frac{5}{1-x} \leq \frac{4x}{x+1} \\ \frac{3x+2}{3} > \frac{x-7}{2x+1} \\ (4x^2-1)^2 (25x^2-1) \cdot (x-x^2-3) \geq 0 \end{cases}$$

4) Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{(4x-4x^2-1) \cdot (9-25x^2)^3 (2x^2-3x-2)^4 (x-13x^2-6)}{(4-x^2)^2 \cdot (2x-x^2) \cdot (5x^2-2x+1)} \leq 0$$

---

10/11/2009

III E

1) Risolvere e discutere:

$$\frac{2x[(a-1)x-a] - (a^2-a-1)x + a(a-2)}{x-2a} = 1$$

2) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} \frac{x^2 - 4xy - 12y^2}{(x-6y)(x-1)} = 2 \\ 4(x-y) = \frac{22+x}{x-y} \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} \frac{2x+6}{3y+z} = 1 \\ \frac{y-x}{x-z} + 3 = 0 \\ y-z = \frac{xy+2}{y+z} \end{cases}
 \end{array}$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{x}{x+3} - \frac{1}{4} \geq \frac{x-1}{2x} \\ \frac{x-1}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} - \frac{2-x}{x^2+4x+4} \leq 0 \\ (4x^2-1) \cdot (2x-x^2-3) \cdot (9x^2-1)^2 \leq 0 \end{cases}$$

4) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{(6x-9x^2-1) \cdot (4x^2-1)^3 (x^2-3x-4)^2 (4-x^2)}{(9-4x^2)^4 (x-10x^2-2) \cdot (x^2-x+1) \cdot (x^2-2x)^5} \geq 0$$

12/11/2009

II D

1) Risolvere e discutere:

$$\frac{2x[ax - (a+1)] - (a^2 + a - 1)x + (a+1) \cdot (a-1)}{x - 2(a+1)} = 1$$

2) Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{(\sqrt{2}+1)x - 1}{\sqrt{2}-1} = \frac{x+1}{\sqrt{2}-x}$$

3) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} (\sqrt{2}+2)x + y = -1 - 2\sqrt{2} \\ x + (1+\sqrt{2})y = 1 \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} x - y = \sqrt{2} \\ \frac{x^2 + y^2}{(y-x)^2} = 1 \end{cases} \\
 \text{c) } \begin{cases} \frac{x-y}{7-3z} = \frac{1}{2} \\ \frac{1-x-y}{y-z} = 1 \\ (x-y)^2 + z(x-y) = 6 - 2xy \end{cases}
 \end{array}$$

4) Calcolare: 
$$\frac{(1+\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}(2+\sqrt{2})} + (1+\sqrt{2}) \cdot \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4+2\sqrt{2}} \right) - 2 \left[ \sqrt[4]{8\sqrt{2^4\sqrt{4}}} : \sqrt[4]{16^4\sqrt{2\sqrt{16}}} \right]^2 =$$

1) Risolvere e discutere:

$$\frac{2x[ax - (a+1)] - (a^2 + a - 1)x + (a+1) \cdot (a-1)}{x - 2(a+1)} = 1$$

2) Risolvere i seguenti sistemi di equazioni:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - y} = y + 2 \\ \frac{2x + 3y}{x + 5y + 5} = \frac{2x + y}{2x + y} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{x - y}{7 - 3z} = \frac{1}{2} \\ \frac{1 - x - y}{y - z} = 1 \\ (x - y)^2 + z(x - y) = 6 - 2xy \end{cases}$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 1 + \frac{1}{3 - 2x} > \frac{1}{4x - 6} - \frac{2(x - 2)}{12x - 4x^2 - 9} \\ \frac{5}{3x + 3} \leq \frac{x + 2}{x + 1} - \frac{2}{x + 2} \\ (x - 3)^2 (x^2 + 3x)(x - x^2 - 2) \geq 0 \end{cases}$$

4) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{(4x - x^2 - 4) \cdot (3x^2 - 2x - 1)^3 (4x^2 - 1)^4 (1 - x^2) \cdot (5 - 2x)}{(x - 1)^5 (x^3 - 5x^2) \cdot (3x^2 - x + 1)} \geq 0$$


---

II D Preparazione al compito in classe (novembre 2009)

1) Risolvere e discutere:

$$\frac{(2a+1)(x+1)}{(x+2a)(x-1)} - \frac{(2a+1)x}{x-1} = \frac{(2a-1)(x+1)}{x+2a} + \frac{2a+1}{x-1}$$

2) Risolvere le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{2x-1}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} = \frac{1 - 2\sqrt{2}x^2}{\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2}+1)x + 1}$$

$$\text{b) } \frac{x+3}{x+\sqrt{3}} - \frac{2(\sqrt{3}x-1)}{x-\sqrt{3}} = \frac{x^2-1-4\sqrt{3}}{x^2-3}$$

3) Risolvere i seguenti sistemi:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} \sqrt{3}(x+y-4) = y-x \\ 2y+3x-2\sqrt{3} = 0 \end{cases} \\
 \text{b) } \begin{cases} \frac{x^2}{1+\sqrt{2}} - x = y - \frac{y^2}{\sqrt{2}-1} \\ x-y-2 = 0 \end{cases} \\
 \text{c) } \begin{cases} \frac{4+y-z}{x+z} = 2 \\ \frac{2}{2x+3y-z} = 1 \\ 4x^2+2y^2-9z^2 = -3 \end{cases}
 \end{array}$$

4) Calcolare:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{81} \sqrt[4]{3\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{6-3\sqrt{3}} = \qquad \text{b) } 2\sqrt{2} \left( \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{6}} \right) \frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{2}} + \left( 2\sqrt{\frac{1}{2}} \right)^2 =$$


---

17/12/2009

classi II E – II F

fila B

1) Risolvere le seguenti equazioni:

$$\text{a) } \frac{2}{|x|} - 1 = \frac{x^2 - 4}{|x-2|} \qquad \text{b) } |x+3| = \frac{2x+3}{|x-1|}$$

2) Risolvere le seguenti disequazioni frazionarie:

$$\text{a) } \frac{(x^2-2x)^5 |x^2-5| - 4x |3x-x^2| (3x-5x^{2-1})}{(4x^2-x^4) \cdot (x^2-2x-3) |x+3| \cdot (|x|-|x^2-2x|)} \leq 0 \qquad \text{b) } \frac{|x^2-1|-2x}{|x+2|-x^2} \geq 1$$

3) Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{|x^2-3|-2}{|x|-1} \leq 2 \\ \frac{3x+1}{|x-1|} - |x+2| \geq 0 \end{cases}$$


---

18/12/2009

II D

1) Il trapezio isoscele ABCD ( AB base maggiore) ha la diagonale perpendicolare al lato obliquo.

Sapendo che il perimetro di tale trapezio misura  $124a$  e che la diagonale è  $\frac{5}{3}$  dell'altezza:

a) determinare i lati del trapezio

b) dopo avere verificato che il trapezio è inscritto in una semicirconferenza, tracciare tale semicirconferenza e quindi determinare i lati del triangolo isoscele formato dalle tangenti nei vertici della base minore e dalla retta sostegno del diametro.

2) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 1 + \frac{1}{3-2x} > \frac{1}{4x-6} - \frac{2(x-2)}{12x-4x^2-9} \\ \frac{5}{3x+3} \leq \frac{x+2}{x+1} - \frac{2}{x+2} \\ (x-3)^2(x^2+3x)(x-x^2-2) \geq 0 \end{cases}$$

3) Risolvere le seguenti disequazioni:

a) 
$$\frac{(4x-x^2-4) \cdot (3x^2-2x-1)^3 (4x^2-1)^4 (1-x^2) \cdot (5-2x)}{(x-1)^5 (x^3-5x^2) \cdot (3x^2-x+1)} \geq 0$$

b) 
$$\frac{x}{1-\sqrt{2}} + \frac{1}{2(x+\sqrt{2})} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

c) 
$$\frac{[(\sqrt{5}-6)x^2-3] \cdot [(\sqrt{3}-\sqrt{2})x+\sqrt{6}-x^2] \cdot (3x^2-1)^4}{[x^2-3+2\sqrt{2}]^2 [2x^2-3x+\sqrt{11}] \cdot [(\sqrt{2}-1)x^2-(3-\sqrt{2})x+\sqrt{2}]} \leq 0$$

17 dicembre 2009

fila A

Classe 2<sup>A</sup>E / F

*Compito in classe di Matematica*

Ex.1

Il triangolo isoscele ABC di base BC è inscritto in una circonferenza il cui raggio supera di 7 a i 3/8 della base BC e quest'ultima è i 3/2 dell' altezza AH.

- Calcolare la misura del raggio, il perimetro e l'area di ABC.
- Tracciate le tangenti alla circonferenza nei tre vertici A,B,C, si calcoli il perimetro del triangolo così ottenuto.

Ex.2

Risolvere le seguenti equazioni:

A) 
$$\left| \frac{x-1+|x^2-2x-11|}{x+3} \right| = 0$$
      B) 
$$\frac{|4x^2-2|-|x^2+x-2|}{9x^2-1} = 0$$

Ex.3

Risolvere le seguenti disequazioni:

A) 
$$\frac{2}{3} - \frac{|2x-1|}{|4x^2-4x|} \leq 0$$

B) 
$$\left| \frac{x-2}{x+1} \right| + |x^2-4| \leq -(x-2)^2$$

C) 
$$\frac{10-|x-3|}{4-|x-3|} \geq 2$$

D) 
$$\left| \frac{x-1}{x^2+x} \right| \geq -8$$

E) 
$$\frac{|x^2+4x-5|+2x-26}{|x-1|} \leq 6$$

Ex.4

Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{(2x^2 - 1 - x) \cdot (x^2 - x + |4x - 4|)}{(x - |6 - x^2|)^3 \cdot (2x - 7 - x^2) \cdot (2x - 1 - |x + 2|)^8} \geq 0 \\ \left| \frac{x^2 - 20}{4x} \right| \geq |x| \end{cases}$$

---

13/01/2010

II D

3) In un triangolo rettangolo il raggio del cerchio inscritto misura  $4a$ . Sapendo che l'altezza

relativa all'ipotenusa è  $\frac{4}{5}$  del cateto minore, calcolare i lati del triangolo.

4) Il quadrilatero ABCD è inscritto in una circonferenza di raggio  $r$ .

Sapendo che:  $AB \cong l_3; BC \cong l_4; CD \cong l_6$

Calcolare la misura dei lati e degli angoli del quadrilatero.

5) Nel triangolo ABC gli angoli in A e B misurano rispettivamente  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e il perimetro

misura  $6a(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ . Determinare:

a) i lati del triangolo

b) l'altezza relativa al lato minore e il raggio del cerchio circoscritto.

---

19/01/2010

II E

1) Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y - 2z = 2 \\ x^2 + y^2 - 2z^2 = 3 \end{cases}$$

2) Data l'equazione:  $(3a - 2)x^2 - (a + 1)x + a = 0$ , siano  $x_1$  e  $x_2$  le corrispondenti radici.

Determinare per quali valori di  $a$  è verificata la seguente relazione:

$$|x_1 + x_2| - 2x_1x_2 \geq 0 \wedge x_1, x_2 \in \mathbb{R}$$

3) Determinare C.E. e segno del seguente radicale e tracciare il grafico corrispondente:

$$\sqrt[n]{\frac{2x - |x^2 - x|}{2x - 1}}$$

4) Risolvere le seguenti disequazioni:

$$a) \frac{(|x^2 - 1| - 3)^3 (|x^2 + 3x| + |x|)}{(|x^2 - 3| - |x^2 - 1|)} \geq 0$$

$$b) |2 - |x - 1|| - |x^2 - 2x - 3| - x^2 + x + 4 \leq 0$$


---

21/01/2010

II D

1) Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + y - 3z = 0 \\ xy - y^2 + z^2 = -2 \end{cases}$$

2) Data l'equazione:  $ax^2 - (2a + 1)x + a + 2 = 0$ , siano  $x_1$  e  $x_2$  le corrispondenti radici.

Determinare per quali valori di  $a$  è verificata la seguente relazione:

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \leq 2\sqrt{2} \wedge x_1, x_2 \in R$$

3) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{[(1 - \sqrt{2})x^2 - 3x] \cdot |(8 - 2\sqrt{15})x^2 - 4|}{[x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}] \cdot [\sqrt{2}x - x^2 - \sqrt{3}]} \leq 0$$

4) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{(4x^2 - 4x + 1) \cdot (|x - 1| + |x^2 - x|) \cdot (x^2 - 2x - 1)}{|x| \cdot (x^2 - 5)} \leq 0 \\ \frac{1}{1 - x} \leq \frac{x + 3}{x^2 - 1} \end{cases}$$

5) Risolvere la seguente disequazione :

$$\frac{|x^2 - 1| - 2x^2 + 1}{|x|} \leq 2$$


---

#### ESERCIZI SUI RADICALI LETTERALI

1) a) portare sotto e semplificare :  $\frac{x^2 + 4}{4 - x^2} \sqrt[4]{\frac{(x^3 - 4x)^2 (x - 2)^2}{x^4 + 8x^2 + 16}}$  b) portare fuori e semplificare :  $\sqrt[8]{\frac{(2 - 3x)^8 (x - 1)^{34}}{(x + 1)^{12} (8x^3 - 27)^6}}$

$$2) \frac{-x^2 - x}{x+2} \left( \sqrt{\frac{x+2}{x+1}} \right)^3 \sqrt[4]{\frac{x^2+4x+4}{x^2}} : \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}$$

$$3) \left( \sqrt[3]{\frac{1}{a+2}} \sqrt{a^2+a-2} : \sqrt[3]{\frac{a+2}{a-1}} \right) \sqrt{\frac{a+2}{a-1}}$$

$$4) \frac{1}{x-4} \sqrt[3]{\frac{x-3}{\sqrt{x^2+x-2}}} \sqrt[3]{\frac{x+4}{\sqrt{x-3}}} \sqrt{\frac{x-4}{\sqrt[3]{x-4}}} : \left( \sqrt[3]{\frac{x+4}{4-x}} \sqrt[4]{\left(\frac{4-x}{x-3}\right)^2} \right)$$

$$5) \sqrt[3]{(a+1)^4} \sqrt[4]{\frac{a}{a-2}} \sqrt{\frac{a-2}{a-1}} : \sqrt[3]{\frac{1}{a^2-2a}} \sqrt[4]{\frac{-a}{(a-1)^2}} : \sqrt{\frac{a-2}{a}} \sqrt[3]{a^6(1-a)(a+2)^4}$$

$$6) \left( \sqrt[3]{a \sqrt{\frac{a^2-1}{a^2}}} : \sqrt[6]{a^2-1} \right) \sqrt{a+5} - \sqrt{a+6-2\sqrt{a+5}}$$

$$7) \frac{\sqrt[3]{9a^2-4} \sqrt{(3a-2)^2}}{(3a-2)(\sqrt[6]{3a+2})^2 \sqrt[3]{3a-2}} - \frac{\sqrt{3a+2-4\sqrt{3a-2}}}{\sqrt{3a-2}-2}$$

$$8) \sqrt[3]{8x \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2}}} : \sqrt[6]{64x^2-64} - \frac{\sqrt{3(x-3)^4-2\sqrt{3x^2-18x+27}} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}[(x-3)^2-1]}$$

$$9) \left[ \sqrt{\frac{(x-1)^2}{(x-4)^2} (5-x)} - \sqrt{(7-x)^2 (5-x)} + \sqrt{(4-x)^2 (5-x)} \right] \sqrt{\frac{(4-x)^2}{5-x}}$$

10) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{\sqrt{(x-4)^2 \frac{x+2}{x^3}} - \sqrt{\frac{(x+2)^3}{x}}}{\left| (5-2\sqrt{6})x^2 - 1 \right| \left| (1-\sqrt{3})x^2 + (5-\sqrt{3})x - 2\sqrt{3} \right|} \leq 0$$

16/02/2010

II E-F

1) Il triangolo ABC è rettangolo in A. Sapendo che:  $r_i = 6a$  e  $\overline{BC} = \frac{5}{3} \overline{AB}$

a) determinare i lati di ABC

b) Essendo D l'intersezione della bisettrice dell'angolo in B col lato opposto AC, determinare la lunghezza di BD.

c) Determinare a quale distanza da C si deve prendere un punto P su AC tale che, detta H la sua proiezione su BC, la superficie del triangolo PHC sia  $\frac{2}{7}$  della superficie del quadrilatero ABHP.

2) Portare fuori dal segno di radice e semplificare:

$$\sqrt[4]{\frac{(3x+2)^6(18x^2+24x+8)(8x^2-8x^3)}{(1-x)^3(x+2)^4}}$$

3) Portare sotto il segno di radice e semplificare:

$$\frac{x^2+5}{2-x} \sqrt[4]{\frac{(x^2-x-2)^2}{(x^2-2x+1) \cdot (x^2+5)^2}}$$

4) Calcolare:

a)  $x \cdot \sqrt[3]{\frac{x-1}{x}} \sqrt[6]{\frac{x^2}{(x^2-4x+4)}}$

b)  $\frac{x^2+x}{3-x} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^2-6x+9}{x^2+2x+1}} \cdot \sqrt{4-x} \cdot \sqrt[3]{\frac{x-3}{x}}$

24 / 03 / 2010

II E

1) portare sotto il segno di radice e semplificare:

$$\frac{a^2+2a}{a+1} \sqrt[4]{\frac{(a+1)^2}{a^4}}$$

2) portare fuori dal segno di radice e semplificare:

$$\sqrt[4]{\frac{(a+1)^8 a^2}{(1-a)^4}}$$

3) ricondurre ad un unico radicale:

$$\frac{a+1}{a} \sqrt[3]{(a+1)} \sqrt{\frac{a^7}{(a+1)^9}} \sqrt[4]{a^2}$$

4) calcolare (riducendo ad un unico radicale)

$$\frac{1-a}{a+3} \sqrt[3]{\frac{a^2+2a-3}{a+1}} : \sqrt{\frac{a-1}{a+1}} \sqrt[4]{\frac{1}{(a+3)^2}}$$

5) calcolare :

$$\sqrt[3]{(a-1)} \sqrt{\frac{2-a}{(a-1)^2}} \frac{1}{\sqrt[6]{2-a}} - \sqrt{a+2-2\sqrt{a+1}}$$

18 / 02 / 2010

II D

1)  $\frac{(2x-\sqrt{15}-3x^2) \cdot |x^2+4x| \cdot (x^2-4+2\sqrt{3})}{[x^2-(2-\sqrt{3})x-2\sqrt{3}] \cdot [(1-\sqrt{2})x^2-1] \cdot |3x-|x^2-4||} \leq 0$

2)  $\frac{\sqrt{3}}{|\sqrt{2x-\sqrt{3}}|} \geq \frac{1}{x+2}$

$$3) \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{|x|} \leq 2 \\ \frac{(|x^2 - 1| + 3|x - 1|) \cdot (5x - x^2)}{|1 - 4x^2| \cdot (|x - 3| - |x|)} \geq 0 \end{cases}$$

$$4) |2x - |x - 1|| - |3x^2 + 2x - 1| - 3x^2 \geq 0$$

5) ABC è un triangolo isoscele di base AB. Sapendo che il rapporto tra l'altezza relativa alla base

e l'altezza relativa al lato è  $\frac{5}{6}$  e che il perimetro del triangolo misura  $96a$ :

a) determinare i lati e la superficie di ABC.

b) detto O l'incentro di ABC, determinare la lunghezza di BO.

c) Condurre da O la parallela al lato AB, che incontri AC e BC nei punti D ed E.

Determinare la superficie del triangolo DEC.

26 / 03 / 2010

II D

1) portare sotto il segno di radice e semplificare:

$$\frac{a^2 + 4a + 3}{a + 2} \sqrt[4]{\frac{(a + 2)^2}{(a + 1)^4}}$$

2) portare fuori dal segno di radice e semplificare:

$$\sqrt[8]{\frac{(a + 1)^8 a^2}{(1 - a)^{10}}}$$

3) ricondurre ad un unico radicale:

$$(a + 2) \sqrt[3]{(4 - a^2)} \sqrt{\frac{a^5}{(a + 2)^8}} \sqrt[4]{\frac{1}{(a - 2)^2}}$$

4) calcolare (riducendo ad un unico radicale)

$$\frac{-a}{a + 4} \sqrt[3]{\frac{a^2 + 4a}{a + 2}} : \sqrt{\frac{a}{a + 2}} \sqrt[4]{\frac{1}{(a + 4)^2}}$$

5) calcolare :

$$\frac{\sqrt[3]{a \sqrt{\frac{1 - a}{a^2}}} : \sqrt[6]{1 - a}}{\sqrt{a + 2}} - \frac{\sqrt{a + 3 - 2\sqrt{a + 2}}}{a + 2 - \sqrt{a + 2}}$$

12 aprile 2010

II D

1) Il triangolo ABC è rettangolo in A. Sapendo che:  $r_i = 6a$  e  $\overline{BK} = \frac{3}{5} \overline{AB}$ , essendo K il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa.

a) determinare i lati di ABC

b) Essendo D l'intersezione della bisettrice dell'angolo in B col lato opposto AC, determinare la lunghezza di BD.

c) Determinare a quale distanza da C si deve prendere un punto P su AC tale che, detta H la sua

proiezione su BC, la superficie del triangolo PHC sia  $\frac{2}{7}$  della superficie del quadrilatero

ABHP.

2) Calcolare ( e discutere):

$$a) \sqrt[4]{\frac{x}{(2+x)^4}} \sqrt[3]{\frac{1}{x^6} \sqrt{\frac{1}{(1+x)(x-4)^2}}} \div \sqrt[3]{\frac{1}{x-2} \sqrt[4]{\frac{x+2}{x} \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[4]{\frac{x}{x^2-4x+4} \sqrt[4]{\frac{x^2+2x+1}{x+2}}}}$$

$$b) \sqrt{x+4-4\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x \cdot (x-3)^3 \sqrt{x}} : \sqrt{(3-x)^2} - \frac{2}{x-2} \sqrt{(x-2)^2 x} =$$

3) risolvere le seguenti disequazioni:

$$a) \frac{\sqrt{(x-3)^2(x+1)} - \sqrt{(\sqrt{3}x-1)^2(x+1)}}{[(\sqrt{3}-1)x^2 - 3x][(1-\sqrt{3})x^2 + (4-\sqrt{3})x - \sqrt{3}]} \geq 0$$

$$b) \sqrt{\frac{x+2}{x}(x+3)^2} - \sqrt{\frac{x^2-4}{x}(x-2)} + \sqrt{\frac{4x+8}{x}} \geq 0$$

8 aprile 2010

II E

1) Calcolare:

$$a) \left[ (\sqrt[6]{2} + \sqrt[6]{3})^2 - \sqrt{2^3 \sqrt{\frac{1}{2}}} - 2^3 \sqrt{2 \sqrt{\frac{3}{2}}} \right] : \sqrt[3]{3 \sqrt{\frac{1}{3}}} =$$

$$b) \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + 1 \right) (\sqrt{3}-1) =$$

2) Calcolare e discutere :

$$\sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} + \sqrt[3]{(x+2) \cdot (x-1)^3 \sqrt{x+2}} : \sqrt{(1-x)^2} - \frac{2}{x} \sqrt{x^2(x+2)} =$$

3) Risolvere le seguenti disequazioni:

$$a) \frac{\sqrt{(x-1)^2 x} - \sqrt{(x-2)^2 x}}{[(2-\sqrt{5})x^2 + x] \cdot [\sqrt{5}x^2 - 3(\sqrt{5}-2)x + \sqrt{5}-3]} \geq 0$$

$$b) |x - |x + \sqrt{3}| - |(1-\sqrt{3})x - 1| \geq 0$$

4) ABC è un triangolo isoscele di base AB. Sapendo che il rapporto tra le altezze CH e AK è  $\frac{5}{6}$

e che il suo perimetro misura  $64a$  :

a) determinare i lati di ABC.

b) dopo aver verificato che la base AB e l'altezza CH misurano rispettivamente  $24a$  e  $16a$ , determinare i lati del rettangolo inscritto nel triangolo, con un lato su AB, sapendo che la diagonale di tale rettangolo misura  $6a\sqrt{5}$ .

13/05/2010

II D - II E

1) Data l'equazione:  $(k-1)x^2 - (2k)x + k + 3 = 0$  siano  $x_1$  e  $x_2$  le radici.

a) discutere, al variare di  $k$ , segno e realtà delle radici.

b) determinare  $k$  tale che:  $|x_1^2 + x_2^2 - 2| \leq |x_1 x_2| \wedge x_1, x_2 \in R$

c) determinare  $k$  tale che  $x_1 + 3 = 2x_2$

2) Risolvere la seguente disequazione: 
$$\frac{(8x^4 - |x^8 - 9|)(|x^6 - x^3| - |x^6 - 1|)}{(3x^6 + 2x^3 + 1)} \leq 0$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni: 
$$\begin{cases} 3x^4 + 11x^3 + 2x^2 + 11x + 3 \geq 0 \\ \frac{x^3}{|x^6 - 64|} \leq \frac{1}{63} \end{cases}$$

4) In un trapezio le basi e l'altezza misurano rispettivamente: 6a, 18a, 12a.

Determinare la superficie dei quattro triangoli in cui viene diviso il trapezio dalle sue diagonali.

5) Da un punto O esterno si conducono due secanti ad una circonferenza. Tale circonferenza

intercetta le due corde AB e CD sulle due secanti (A, C punti più vicini ad O).

Sapendo che:  $\overline{AB} - \overline{AO} = 2a$

$$\overline{OC} = \frac{1}{6} \overline{OD}$$

$$\overline{DC} = 10a$$

determinare la misura della corda AB

---

25/05/2010

II E (recupero del compito del 13/05/2010)

1) Data l'equazione:  $(k-2)x^2 - (2k-1)x + k + 2 = 0$  siano  $x_1$  e  $x_2$  le radici.

a) discutere, al variare di  $k$ , segno e realtà delle radici.

b) determinare  $k$  tale che:  $\left| \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right| \leq x_1 x_2 \wedge x_1, x_2 \in R$

c) determinare  $k$  tale che  $x_1 = 2x_2 - 1$

2) Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{|x^8 - 4x^4| - |4 - x^4|}{|8 - x^6| - 7x^3} \leq 0$$

3) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 3x + 1 \leq 0 \\ \frac{3x^2 - 5}{x^2 - 1} \geq x^2 + 1 \end{cases}$$

4) ABC è un triangolo rettangolo in A, P è un punto del lato AB e H la proiezione di P su BC. Determinare  $2p(\text{PHB})$  sapendo che:  $S(\text{PHB}) = 3/4 S(\text{APHC})$  e  $2p(\text{ABC}) = 140a$

- 5) Due corde AB e CD di una crf si intersecano nel punto O , determinare la lunghezza delle corde sapendo che:  $CO=4a$  ,  $OB=1/3OD$  ,  $AO=4OB$ .

27/ 05/2010

II D

- 1) Risolvere le seguenti equazioni irrazionali:

a)  $\sqrt[4]{x+7} = \sqrt{2+\sqrt{3-x}}$                       b)  $\sqrt{x+1} = \sqrt{12-x} - 1$

c)  $\sqrt{2}(\sqrt{1-x} + \sqrt{x+1}) = \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$

- 2) Risolvere i seguenti sistemi:

a) 
$$\begin{cases} \sqrt{3}(x+y) + 3xy = 12 \\ \frac{x^3 + y^3}{x+y} = 6 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3y - 2x + \sqrt{3y - 2x} = 6 \\ \frac{x^2 - 3y^2 - 6y - 4}{x+y+2} = -1 \end{cases}$$

- 3) Il rapporto tra l'ipotenusa di un triangolo rettangolo e l'altezza ad essa relativa è  $\frac{25}{12}$  . Determinare i lati del triangolo sapendo che la somma dei cateti è  $70a$  .

- 4) In un trapezio rettangolo ABCD la base maggiore e il lato obliquo misurano  $5a$  . Determinare la misura della base minore CD e la misura dell'altezza, sapendo che la loro somma vale  $6a$  .

31/ 05 / 2010

II E

- 1) Risolvere le seguenti equazioni irrazionali:

a)  $\sqrt[4]{x^2+6} - \sqrt{1+\sqrt{2x^2-2}} = 0$                       b)  $\frac{1}{\sqrt{5x+\sqrt{4+x}}} + \frac{3}{8} = \frac{1}{\sqrt{5x-\sqrt{4+x}}}$

c)  $\sqrt{x+2} = \sqrt{11-x} - 1$

- 2) Risolvere i seguenti sistemi:

a) 
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ \sqrt{xy-2} + xy = 8 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 0 \\ \frac{4-y^2}{x^2-2x} = 1 \end{cases}$$

- 3) Un rombo è circoscritto ad una circonferenza di raggio  $\frac{24}{5}a$  . Sapendo che la superficie del rombo

misura  $96a^2$ , determinare la lunghezza delle diagonali.

- 4) Un trapezio rettangolo è circoscrivibile ad una circonferenza. Sapendo che il rapporto tra le basi è  $\frac{2}{3}$  e che la differenza tra il lato obliquo e la base minore è  $3a$ , determinare i lati del trapezio.

3 / 06 / 2010

II D

- 5) Il perimetro del triangolo ABC (rettangolo in A) misura  $40a$ . Sia P un punto di AB e H la sua proiezione su BC. Determinare il perimetro del triangolo PHB sapendo che  $S(\text{PHB})=5/7 S(\text{APHC})$ .
- 6) Nel triangolo ABC sia CE la bisettrice dell'angolo in C e ED la corda parallela al lato AC. Determinare il perimetro del triangolo EDB Sapendo che:  $2p(\text{ABC})=54a$  e  $AC=4/5BC$ .
- 7) Da un punto P esterno ad una crf condurre la tangente PT ed una secante che forma con la crf la corda AB (A punto più vicino a P). Determinare PT sapendo che  $PA=2/3 PT$  e  $AB=5a$ .
- 8) Il quadrilatero ABCD è inscritto in una circonferenza di raggio r. Determinare la lunghezza dei lati e l'ampiezza degli angoli del quadrilatero sapendo che:  $AB = l_3$   
 $BC = l_6$   
 $CD = l_{10}$

8/06/201 (recupero)

II E

- 1) Risolvere le seguenti disequazioni:

a) 
$$\frac{2}{\sqrt{2} \cdot |2x-1|} \leq \frac{1}{|x-\sqrt{2}|}$$

b) 
$$\frac{(8x^4 - |x^8 - 9|)(|x^6 - x^3| - |x^6 - 1|)}{(3x^6 + 2x^3 + 1)} \leq 0$$

- 2) Risolvere le seguenti equazioni irrazionali:

a) 
$$\frac{\sqrt{4x^2 - 1} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2x^2 + \sqrt{4x^2 - 1}}}$$

b) 
$$\sqrt{4x^2 - 3} - 4\sqrt{x+1} - 2x - 3 = 0$$

- 3) Risolvere il seguente sistemi di equazioni:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ 8 - x^3 y^3 = 0 \end{cases}$$

- 4) Nel triangolo ABC sia CE la bisettrice dell'angolo in C e ED la corda parallela al lato AC. Determinare il perimetro del triangolo EDB Sapendo che:  $2p(\text{ABC})=54a$  e  $AC=4/5BC$ .
- 5) Da un punto P esterno ad una crf condurre la tangente PT ed una secante che forma con la crf la corda AB (A punto più vicino a P). Determinare PT sapendo che  $PA=2/3 PT$  e  $AB=5a$ .